2018 / 2017

2018/04/10

السنة الأولى علوم المادة

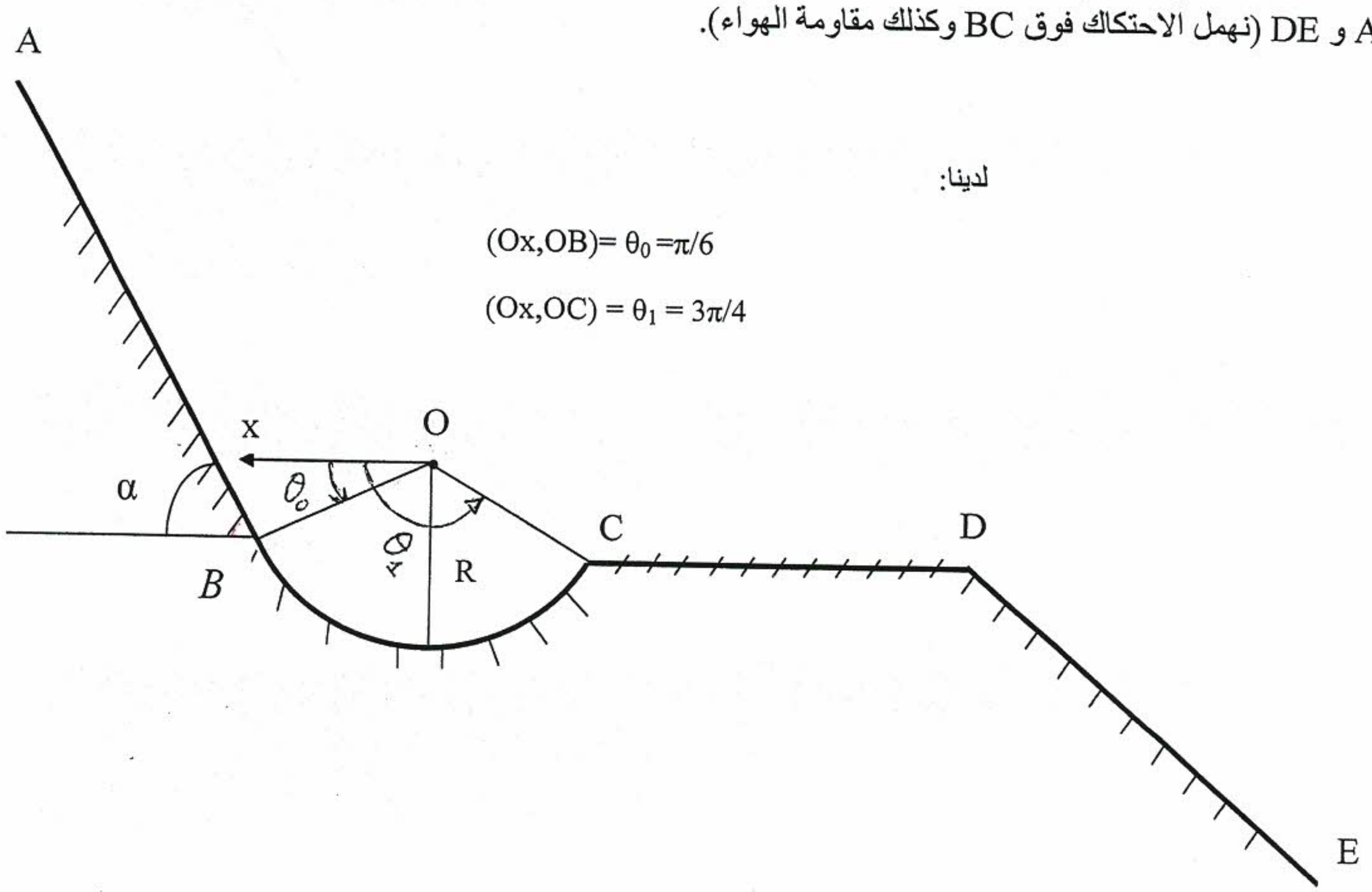
امتحان استدراكي في مقياس الفيزياء 1

يتكون مسار للتزلج على الجليد (أنظر الشكل) من منحدر مستقيم AB طوله L مائل بزاوية α عن المستوي الأفقي ثم جزء من دائرة BC مركزها O ونصف قطرها R مماسي للمستقيم AB في B ثم مستقيم أفقي CD طوله $d = 8.R$ غير مهيء للتزلج وينتهي بمنحدرمائل آخرDE طوله 1Km. يوجد احتكاك معامله f فقط على المنحدرين AB و DE (نهمل الاحتكاك فوق BC وكذلك مقاومة الهواء).

لدينا:

(Ox,OB)= $\theta_0 = \pi/6$

(Ox,OC) = $\theta_1 = 3\pi/4$



ينطلق رياضي ،نعتبره كنقطة مادية كتلتها m ، من دون سرعة إبتدائية من النقطة A .

(5) 1- أكتب القانون الاساسي للتحريك فوق AB ثم استنتج السرعة التي يصل بها الرياضي إلى B ومثلها على الشكل.

(7) 2- اختر المرجع المناسب لدراسة الحركة على الجزء الدائري BC ثم اكتب معادلة الحركة في هذا المرجع ثم استنتج السرعة التي يصل بها الرياضي إلى C ومثلها على الشكل.

(4) 3- ما هي طبيعة الحركة بعد C. اختر مرجعا لدراسة هذه الحركة ثم استنتج المسار الذي يأخذه الرياضي بعد C .

(4) 4- نأخذ : $L = 10.R$ و f=1/4 وقيم θ_0 و θ_1 المعطاة مع الشكل ، اعط قيمة زاوية الميل α ثم حدد المدى الذي يصله الرياضي من دون المرور على الجزء CD الغير قابل للتزلج. ما هي أصغر قيمة للطول L بدلالة R الذي ينطلق منه الرياضي ليتجنب المرور على الجزء CD.

تصحيح الإمتحان الاستدراكي فيزياء 1 .

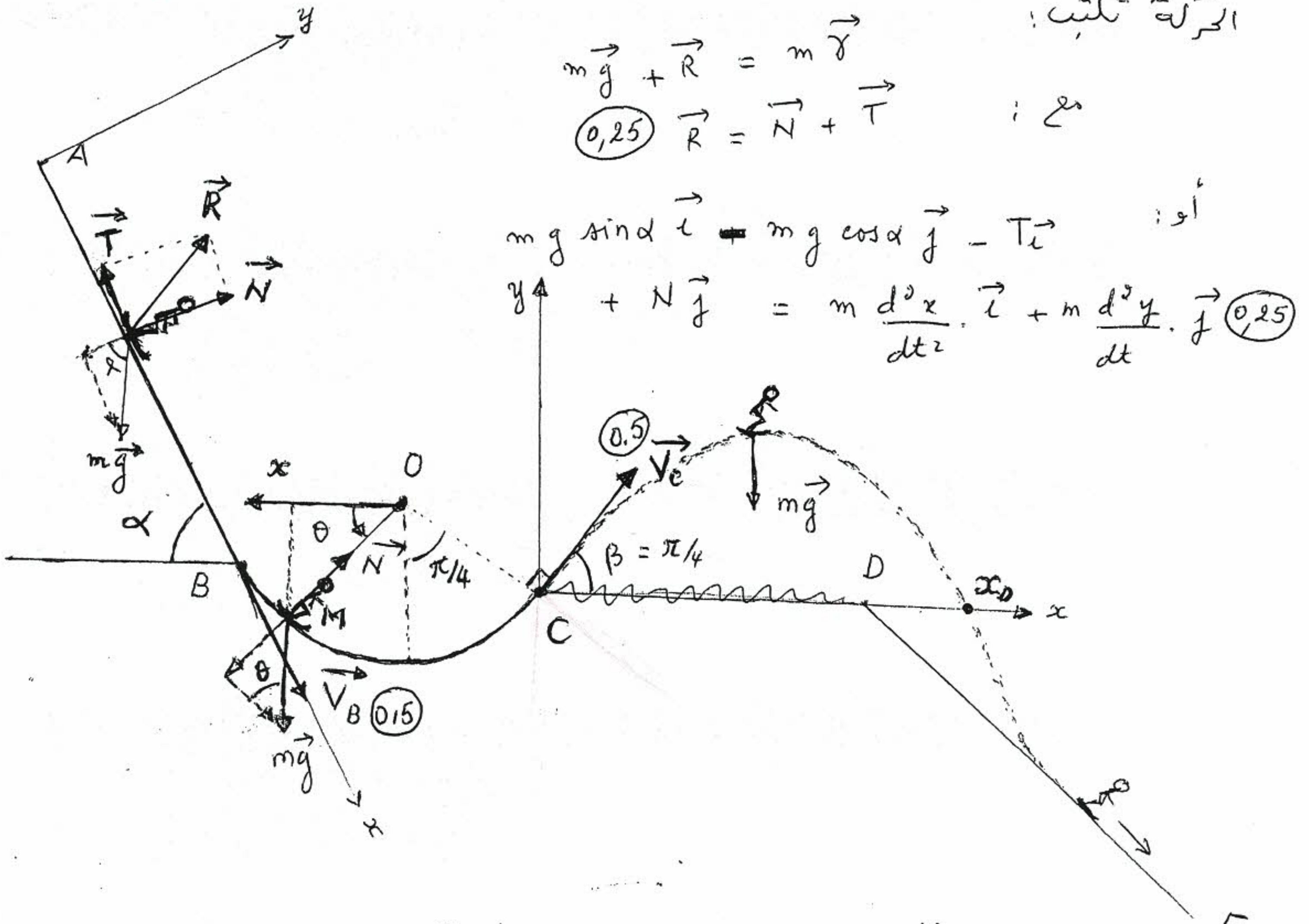
1- المسار AB : في المرجع $(\vec{Ax}, \vec{Ay})$ معادلة الحركة تكتب:

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{\gamma}$$

مع: 0,25 $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

أو:

$$mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\,\vec{j} - T\vec{i} + N\vec{j} = m\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + m\frac{d^2y}{dt}\vec{j} \quad 0,25$$



أي:

0,5 $mg\sin\alpha - T = m\frac{d^2x}{dt^2}$ (1)

0,5 $-mg\cos\alpha + N = m\frac{d^2y}{dt^2}$ (2)

وبما أنه لاتوجد حركة في الإتجاه $\vec{Ay}$ ⇐ $\gamma_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 0$ 0,25 .

أي: 0,25 $N = mg\cos\alpha$

قانون الاحتكاك الصلب يعطينا: $f = \frac{T}{N}$ 0,25 ⇐ $T = f.mg.\cos\alpha$ 0,25

والمعادلة (1) تعطينا: $mg(\sin\alpha - f\cos\alpha) \overset{0,5}{=} m\gamma_x = m\frac{d^2x}{dt^2}$

الحركة في الإتجاه $\vec{Ax}$ هي متغيرة بانتظام لأن γ_x ثابت .

$$2\gamma_x \cdot L = V_B^2 - V_A^2 \quad 0,5$$ إذن :

وبما أن $V_A = 0$ $\Leftarrow$

$$\boxed{V_B^2 = 2g(\sin\alpha - f\cos\alpha)\cdot L} \quad 1$$

2 - الحركة على الجزء BC هي حركة دائرية مركزها O وسرعة ابتدائية $\vec{V}_B$. المرجع المناسب لدراسة هذه الحركة هو القطبي. $(O, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ 0,5 معادلة الحركة هي :

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma} \quad 0,25$$

مع : $\vec{N} = -N\cdot\vec{u}_\rho$ 0,25 ، $m\vec{g} \overset{0,5}{=} mg\sin\theta\cdot\vec{u}_\rho + mg\cos\theta\cdot\vec{u}_\theta$

لدينا : $\vec{OM} = R\cdot\vec{u}_\rho$ 0,25 $\Leftarrow$ $\vec{V}(M) \overset{0,25}{=} R\dot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta$

و $\vec{\gamma}(M) = -R\dot{\theta}^2\cdot\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\cdot\vec{u}_\theta$ 0,5

وعندما نعوض في القانون الأساسي للتحريك نجد :

$$\begin{cases} \vec{u}_\rho \leftarrow & mg\sin\theta - N = -mR\dot{\theta}^2 \quad (1) \quad 0,5 \\ \vec{u}_\theta \leftarrow & mg\cos\theta = mR\ddot{\theta} \quad (2) \quad 0,5 \end{cases}$$

حل المعادلة التفاضلية (2) يسمح بإيجاد السرعة V_c.

يمكن كتابة المعادلة (2) من الشكل :

$$R\ddot{\theta} = R\frac{d\dot{\theta}}{dt} = g\cos\theta$$

وعند جداء طرفي المعادلة في $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ نحصل على :

$$R\dot{\theta}\cdot\frac{d\dot{\theta}}{dt} \overset{0,25}{=} g\cos\theta\cdot\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} \overset{0,25}{=} g\cos\theta\,d\theta$$

أي : $$R\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}_1}\dot{\theta}\,d\dot{\theta} \overset{0,5}{=} \int_{\theta_0}^{\theta_1} g\cos\theta\,d\theta \Rightarrow R\frac{\dot{\theta}_1^2}{2} - \frac{R}{2}\dot{\theta}_0^2 \overset{0,5}{=} g[\sin\theta_1 - \sin\theta_0]$$

وبما أن $\vec{V}$ فوق $\overset{\frown}{BC}$ هو : $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ $\Leftarrow$ $V_B \overset{0,25}{=} R\dot{\theta}_0$

و $V_c \overset{0,25}{=} R\dot{\theta}_1$ إذن :

$$\boxed{V_c^2 = 2gR[\sin\theta_1 - \sin\theta_0] + V_B^2} \quad 1$$

3 - يواصل الرياضي مساره بعد النقطة C بسرعة ابتدائية $\vec{V}_c$
وبما أن $\vec{V}_c$ غير مماسية الجزء CD فإنه يقذف في الفضاء
تحت تأثير القوة الوحيدة $m\vec{g}$ والسرعة $\vec{V}_c$. (0,5)

معادلة الحركة بعد C في المرجع $(\vec{Cx}, \vec{Cy})$ (0,25) نكتب:

$$m\vec{g} = m\vec{\gamma} \Rightarrow \begin{cases} m\dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 & (1) \\ m\dfrac{d^2y}{dt^2} = -mg & (2) \end{cases}$$

(0,25) (0,25) (0,25)

المعادلة (1) تعطينا: $V_x = V_c \cos\beta$ (0,25) ثم: $x(t) = V_e \cos\beta \cdot t$ (0,5)

المعادلة (2) تعطينا: $V_y = -gt + V_c \sin\beta$ (0,25) ثم: $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_c \sin\beta \cdot t$ (0,5)

وعندما نعوض: $t = \dfrac{x}{V_e \cos\beta}$ في معادلة y نجد:

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}g \cdot \frac{x^2}{V_c^2\cos^2\beta} + tg\beta \cdot x} \quad (1)$$

وهي معادلة قطع مكافئ يمر من C ومقعر نحو الأسفل.

4 - $\theta_0 = \pi/6 \Leftarrow \alpha = \pi/3$ (0,25) لأن الزاوية: $O\hat{B}A = \pi/2$ (AB مماسي للدائرة في B
$\theta_1 = 3\pi/4 \Leftarrow \beta = \pi/4$ (0,25) . ومن معادلة y بدلالة x نجد المدى الذي:
يصله الرياضي في الاتجاه $\vec{Cx}$ دون المرور على CD .

$y = 0 \Leftarrow x = 0$ و

$x_D = 2\, tg\beta \cdot \cos^2\beta\, V_e^2/g$

أي: $\boxed{x_D = 2\sin\beta\cos\beta\, V_c^2/g}$ ← (1)

عندما $L = 10R$ و $f = 1/4$ ، $\theta_0 = \pi/6$ ، $\theta_1 = 3\pi/4$ ، $\alpha = \pi/3$ و $\beta = \pi/4$ نجد:

$$x_D = 2\,\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot V_c^2/g = V_c^2/g$$ (0,25)

$$V_C^2 = 2gR\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right] + V_B^2$$

وبما أن :

$$V_B^2 = 2g\left[\sin\alpha - f.\cos\alpha\right]L = 2g\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\right].10.R$$

$$= 20.g.R\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{8}\right] \quad 0,25$$

نجد :

$$V_C^2 = 2gR\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right] + 20gR.\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{8}\right]$$

$$V_C^2 = gR\left[10\sqrt{3} + \sqrt{2} - \frac{7}{2}\right] \quad 0,5$$

إذن : $x_D = R\left[10\sqrt{3} + \sqrt{2} - 7/2\right] \simeq 15.2R > d$ $0,5$

وفق المعطيات السابقة يمر الرياضي إلى المنحدر DE دون المرور على CD.

أصغر قيمة للطول L نحصل عليها لما : $x_D = d = 8.R$

أي :

$$V_C^2/g = 8.R \leftarrow 0,5$$

$$V_C^2/g = \left[2gR.\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right) + 2g\left[\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{8}\right].L\right]/g = 8.R$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{8}\right).L = 4R - R.\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

ونجد : $0,5$

$$L_{min} = \frac{R.\left[9 - \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3} - 1/4\right)} \simeq 5.12\,R$$