السنة الاولى علوم المادة

جامعة قسنطينة 1 / 08 أفريل 2014

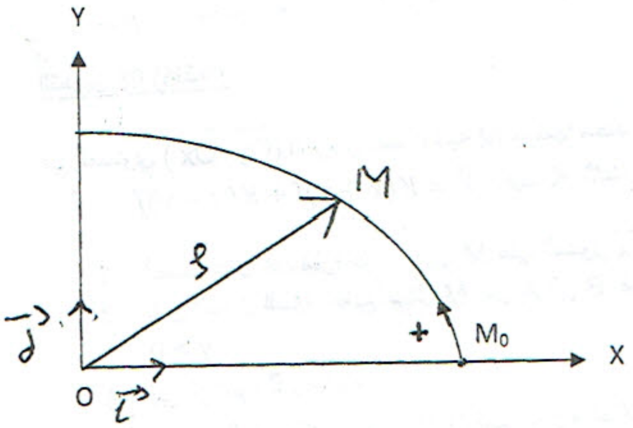
الامتحان الاستدراكي في الفيزياء 1 (ساعة ونصف)

التمرين 01 (8 نقاط) :

تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الوسيطية :

$\rho = a\, e^{-\omega t}$, $\theta = \omega t$, $z = 0$ حيث a و ω ثابتان موجبان.

تنطلق النقطة المادية قي اللحظة الابتدائية ($t=0$) من النقطة M_0 الموجودة فوق OX (أنظر الشكل):



1) أحسب شعاع السرعة في الإحداثيات الأسطوانية و طويلته. أستنتج عبارة $\overrightarrow{U_t}$ شعاع الواحدة المماسي للمسار في القاعدة الأسطوانية. بين أن الزاوية $(\overrightarrow{U_t}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثابتة، حدد قيمتها.

2) أحسب شعاع التسارع في الإحداثيات الأسطوانية و طويلته.

3) يمكن كتابة شعاع التسارع علي الشكل: $\vec{\gamma} = \gamma_t\, \overrightarrow{U_t} + \gamma_n\, \overrightarrow{U_n}$

حيث $\overrightarrow{U_n}$ هو شعاع الواحدة الناظمي للمسار في النقطة M، أما γt و γ_n فهما المركبات المماسية و الناظمية لشعاع التسارع

أ) أحسب γt، ما هي طبيعة الحركة ؟

ب) إذا كانت القاعدة $(\overrightarrow{U_t}, \overrightarrow{U_n}, \vec{K})$ متعامدة متجانسة و مباشرة عين عبارة $\overrightarrow{U_n}$ في الإحداثيات الأسطوانية. بين أن γ_n موجبة حدد قيمتها. أستنتج نصف قطر انحناء المسار.

4) مثل علي المسار عند اللحظة $t=0$ و $t=\pi/6\omega$ الأشعة $\vec{V}$ و $\vec{\gamma}$ ثم $\overrightarrow{U_\rho}$ ، $\overrightarrow{U_\theta}$ ، $\overrightarrow{U_t}$ ، $\overrightarrow{U_n}$.

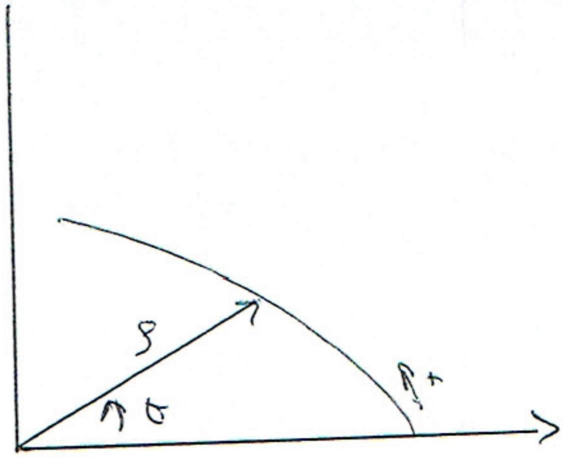
التمرين 02 (8 نقاط):

1) أذكر قوانين كيبلر الثلاثة التي تصف حركة الكواكب (مع شرح كل قانون دون برهان)

2) يعطي الجدول التالي الدور T و المحور الكبير a لمسار ثلاثة كواكب تدور حول الشمس. ما هو القانون الذي يبينه هذا الجدول. أحسب ثابت التناسب (نسمي هذا الثابت K). ما هي وحدة K في الجملة الدولية؟

الكوكب	T (jour)	a (10^6 km)
عطارد	88	58
الأرض	365	150
المشتري	4343	778

تمرين 1



$\rho = a e^{-\omega t}$

$\theta = \omega t$

$z = 0$

$\vec{OM} = \rho \vec{u_\rho}$

1)

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d\rho}{dt}\vec{u_\rho} + \rho \frac{d\vec{u_\rho}}{dt}$$

$$\vec{v} = -a\omega e^{-\omega t}\vec{u_\rho} + a\omega e^{-\omega t}\vec{u_\theta}$$

$$\boxed{\vec{v}(M) = \omega a e^{-\omega t}(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho})}$$ (0,5)

$$\|\vec{v}\| = a\omega e^{-\omega t}\sqrt{1+1} = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}$$

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}}$$ (0,5)

$$\vec{v} = \|\vec{v}\|\,\vec{u_t} \Rightarrow \vec{u_t} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{a\omega e^{-\omega t}(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho})}{\sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}}$$

$$\boxed{\vec{u_t} = \frac{\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho}}{\sqrt{2}}}$$ (0,5)

$$\vec{u_t}\cdot\vec{u_\theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = \pi/4 \Rightarrow (\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = \pi/4$$ (0,5)

$$\Rightarrow \boxed{(\vec{u_t}, \vec{u_\theta}) = \frac{\pi}{4}}$$ (0,5)

2)

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left\{ w a e^{-wt}(\vec{u_0} - \vec{u_\varphi}) \right\}$$

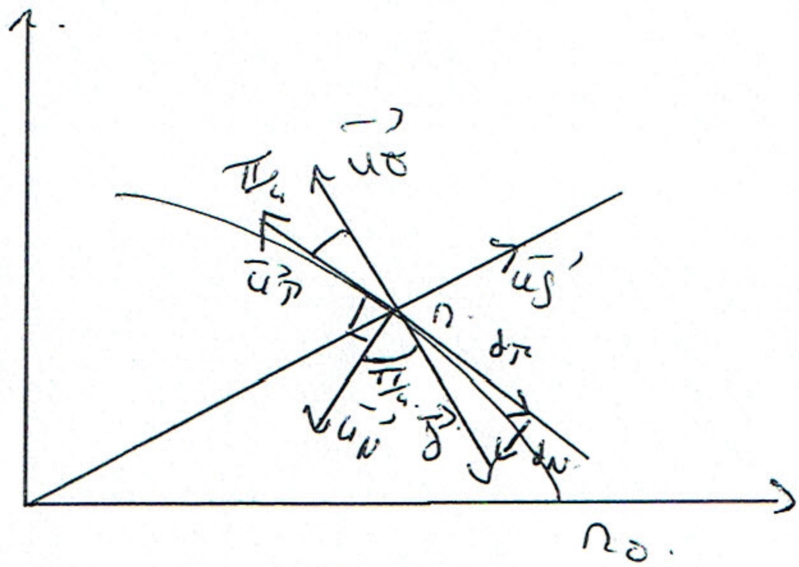
$$= \frac{d}{dt}(w a e^{-wt})(\vec{u_0} - \vec{u_\varphi}) + w a e^{-wt}\left(\frac{d\vec{u_0}}{dt} - \frac{d\vec{u_\varphi}}{dt}\right)$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = -2 a w^2 e^{-wt} \vec{u_0}}$$ (0,5)

$\vec{\gamma}$ محمولة على $\vec{u_0}$ وفي الاتجاه المعاكس لـ $\vec{u_0}$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}\| = 2 a w^2 e^{-wt}}$$ (0,5)

3) يمكن اسقاط $\vec{\gamma}$ على القاعدة $(\vec{u_0}, \vec{u_T})$



$$\vec{\gamma} = -\|\vec{\gamma}\| \sin\frac{\pi}{4}\, \vec{u_T} + \|\vec{\gamma}\| \cos\frac{\pi}{4}\, \vec{u_N}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2}\|\vec{\gamma}\|\, \vec{u_T} + \frac{\sqrt{2}}{2}\|\vec{\gamma}\|\, \vec{u_N}$$

أ) متباطئة

(1) $\gamma_T = -\sqrt{2}\, a w^2 e^{-wt} < 0 \Rightarrow$ (0,5)

ب) وهي موجبة (0,5)

(1) $\gamma_N = \sqrt{2}\, a w^2 e^{-wt}$

$$\vec{u_N} = -\sin\frac{\pi}{4}\vec{u_\varphi} - \cos\frac{\pi}{4}\vec{u_0} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{u_\varphi} + \vec{u_0})$$ (0,5)

4) عند اللحظة $t=0$

$z=0$ $\quad \theta=0$ $\quad \rho=a$

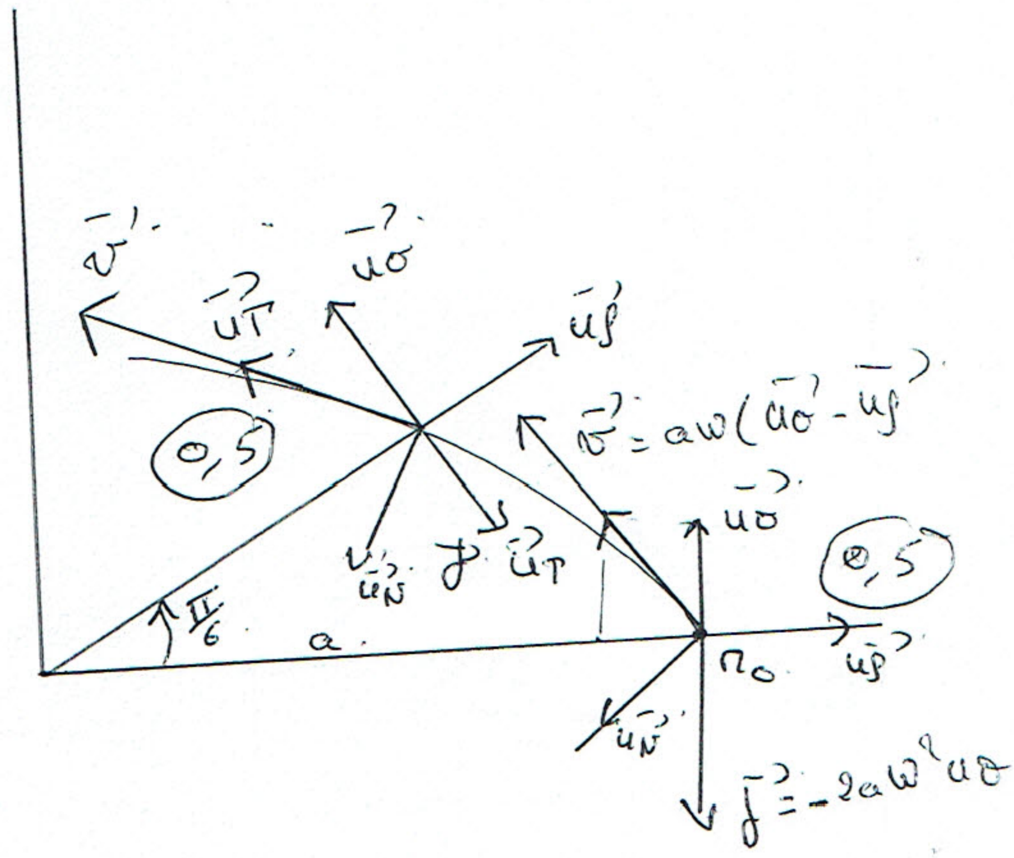
$\vec{\gamma} = -2a\omega^2 \vec{u_\theta}$ $\quad \vec{v} = a\omega(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho})$

$\vec{u_N} = -\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{u_\rho} + \vec{u_\theta})$ $\quad \vec{u_T} = \frac{\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho}}{\sqrt{2}}$

عند اللحظة $t = \frac{\pi}{6\omega}$

$z=0$ $\quad \theta = \frac{\pi}{6}$

$\vec{\gamma} = -2a\omega^2 e^{-\pi/6} \vec{u_\theta}$ $\quad \vec{v} = a\omega e^{-\pi/6}(\vec{u_\theta} - \vec{u_\rho})$

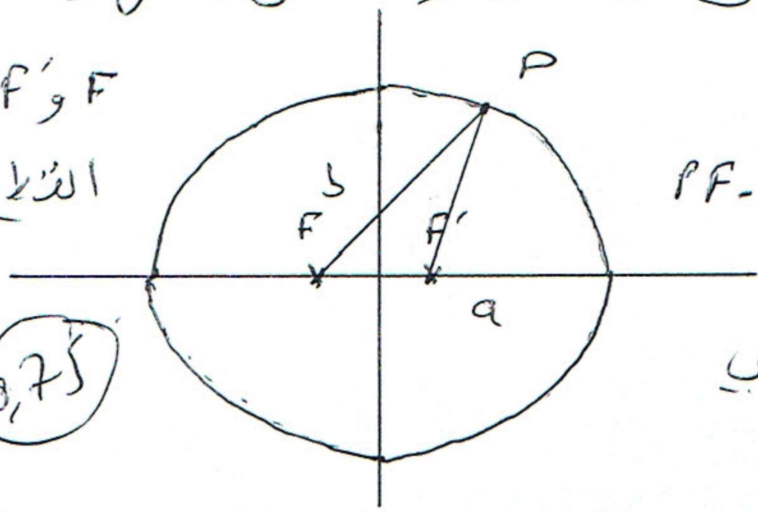


التمرين 2 (8 نقاط)

1) قوانين كبلر

القانون الأول: يدور الكوكب حول الشمس في مسار يشكل قطع ناقص حيث مركز الشمس يمثل إحدى بؤرتيه

F و F' هما بؤرتي القطع الناقص

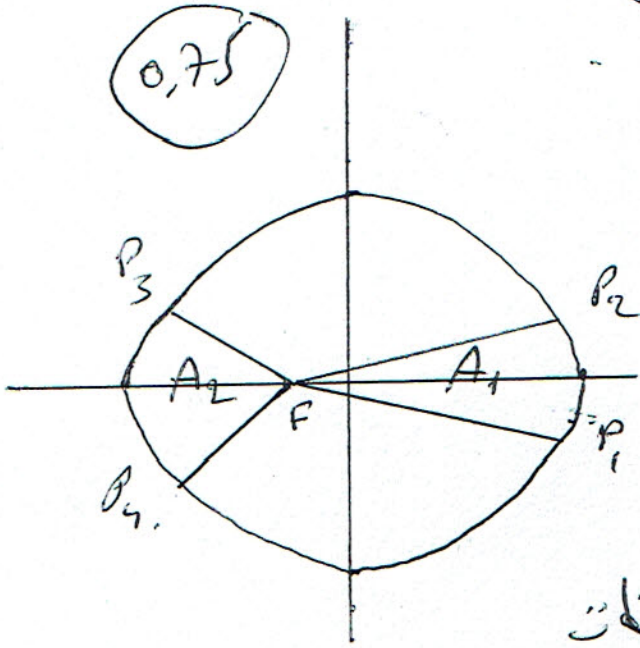


مع $PF - PF' = 2a$
حيث P هي نقطة من المنحنى (القطع الناقص)

0,75

القانون الثاني: إن نصف القطر الذي يربط بين مركز الشمس F ومركز الكوكب P يقطع مساحات متساوية خلال فترات زمنية متساوية

0,75



توضيح

إذا كانت المساحة $A_2 = A_1$
هذا يعني أن المدة الزمنية لحركة الكوكب من P_1 إلى P_2 تكون مساوية لمدة حركته من P_3 إلى P_4
وحتى يقطع الكوكب P مسافات مختلفة ($\widehat{P_3P_4} < \widehat{P_1P_2}$) في أزمنة متساوية هذا يعني أن سرعته تكون أكبر في المواضع بين P_1 و P_2 وتقل كلما ابتعد الكوكب عن الشمس

القانون الثالث : أن مربع دور (T) كوكب يدور حول الشمس يتناسب مع مكعب نصف القطر الأكبر للقطع الناقص

0,75 $\qquad \frac{T^2}{a^3} = K$

2) يبين الجدول القانون الثالث

$K = \frac{T^2}{a^3}$ en $J^2/(\Pi Km)^3$ 0,5

$K\ (J^2/(\Pi Km)^3)$	$a\ (\Pi Km)$	T (Jour)	الكوكب
0,0397	58	88	عطارد
0,0395	150	365	الأرض
0,04	778	434	المشتري

1

$K \simeq 0{,}04\ J^2/(\Pi Km)^3$

3) $K' = T'^2/a'^3$

بالنسبة ل A.

0,5 $\quad K' = \frac{(61)^2}{(31)^3} = 0{,}125\ J^2/(\Pi Km)^3$

بالنسبة ل B.

$K' = T'^2(B)/a'^3(B)$

0,5 $\quad \Rightarrow a'(B) = \left[\frac{T'^2(B)}{K'}\right]^{1/3} = \left[\frac{(30)^2}{0{,}125}\right]^{1/3}$

$a'(B) = 19{,}3\ \Pi Km$

و C

$K' = T'^2(C)/a'^3(C) \Rightarrow T'(C) = \sqrt{K'\, a'^3(C)}$

$T'(C) = \sqrt{0{,}125 \cdot (3)^3} = 1{,}8\ J$ 0,5

4) في حالة المسار الدائري فإن السرعة الخطية للكوكب هي $v = \omega a$

حيث ω هي السرعة الزاوية و a نصف قطر الدائرة

النجم المركزي (نجم جليس 876) يؤثر على الكوكب بقوة شدتها

$$F = \frac{G \cdot M_G \, m}{a^2} \quad (1) \quad 0,5$$

حيث M_G هي كتلة نجم جليس و m هي كتلة الكوكب

وحسب القانون الثاني لنيوتن الكوكب يخضع لقوة شدتها

$$F = m\frac{v^2}{a} \Rightarrow F = m\,\omega^2 a \quad (2)$$

بمقارنة (1) و (2) ⇐

$$\frac{G M_G m}{a^2} = m\,\omega^2 a$$

نحصل على

$$0,5 \quad \omega = \sqrt{\frac{G M_G}{a^3}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G M_G}}$$

ومنه:

$$0,5 \quad T \propto \frac{1}{\sqrt{M_G}}$$

5) بالنسبة لـ K و K'

$$K = \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 a^3}{G M_S \times a^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S} \quad (3) \quad 0,5$$

حيث M_S هي كتلة الشمس

وبنفس المبدأ فإن

$$K' = \frac{4\pi^2}{G M_G} \quad (4) \quad 0,5$$

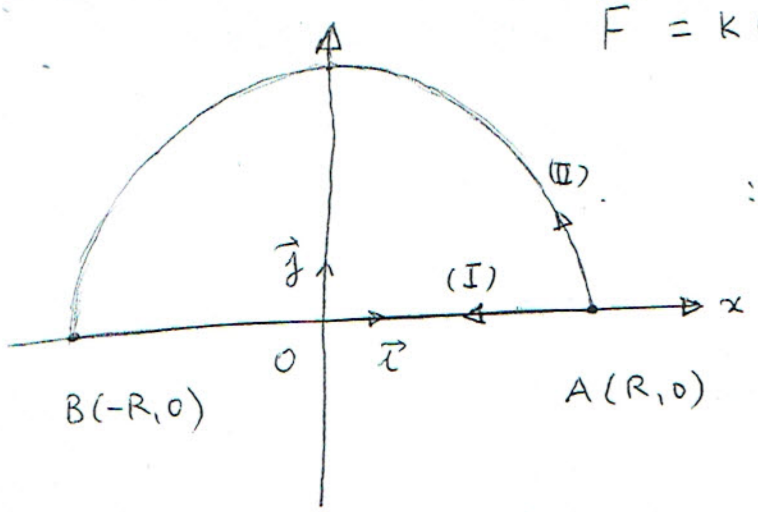
ومنه $\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow$

$$\frac{K}{K'} = \frac{4\pi^2}{G M_S} \times \frac{G M_G}{4\pi^2} \quad 0,25$$

$$\Rightarrow \frac{M_G}{M_S} = \frac{K}{K'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{M_G = \frac{M_S}{3}}$$

كتلة نجم جليس أقل بـ 3 مرات من كتلة الشمس

التمرين 03 : $\vec{F} = K(x+y)\,\vec{i} + K(x-y)\,\vec{j}$



1 - العمل بين A و B فوق المحور ox :

$$dW = \vec{F}\cdot\vec{dl}$$

فوق المحور ox : $y = 0$

إذن تصبح : $\vec{F} = Kx\,\vec{i} + Kx\,\vec{j}$

و $\vec{dl} = -dx\,\vec{i}$ لأن $\vec{dl}$ في الإتجاه المعاكس لـ $\vec{i}$

إذن :

$$dW = \vec{F}\cdot\vec{dl} = -Kx\cdot dx$$

و :

$$W_{A\to B} = \int_{R}^{-R} -Kx\,dx = -K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{R}^{-R}$$

$$\boxed{W_{A\to B} = 0}$$

1

2 - فوق المسار الدائري بين A و B :

$$dW = \vec{F}\,\vec{dl} = F_x\,.\,dx + F_y\,dy$$

$$dW = K(x+y)\,dx + K(x-y)\,dy$$

حساب هذا التكامل فوق المسار (II) الدائري يكون أسهل عند المرور إلى جملة الإحداثيات القطبية حيث : $x = R\cos\theta$ ، $y = R\sin\theta$

$dx = -R\sin\theta\, d\theta$ و $dy = R\cos\theta\, d\theta$

و عندما نعوض نجد :

$$dW = K\left[R\cos\theta + R\sin\theta\right]\times -R\sin\theta\, d\theta \; +$$
$$K\left[R\cos\theta - R\sin\theta\right]\times R\cos\theta\, d\theta$$

$$dW = KR^2\left[\underbrace{\cos^2\theta - \sin^2\theta}_{\cos 2\theta} + \underbrace{2\cos\theta\sin\theta}_{\sin 2\theta}\right]d\theta$$

$$W_{A\to B} = KR^2\int^{\pi}(\cos 2\theta + \sin 2\theta)\,d\theta$$

$$W_{A\to B} = KR^2\left[\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} - KR^2\left[\frac{\cos 2\theta}{2}\right]_0^{\pi} = 0$$

1,5

$$\boxed{W_{A\to B}^{(1)} = 0}$$

3- $\vec F$ محافظة ⟸ $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ و هو صحيح

أو: $\vec{Rot}\,\vec F = \vec 0$ ⟸

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = K = K = \frac{\partial F_y}{\partial x}$$

1

4- $\vec F$ محافظة ⟸ مشتقة من طاقة كامنة E_p.

0,5 أ- ليست هي الطاقة الكامنة E_p لأنها مقدار شعاعي.

0,5 ب- ليست هي الطاقة الكامنة لأن $-\vec{grad}\,E_p \neq \vec F$

0,5 ج- $-K\left(\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}+xy\right)+C_0$ هي الطاقة الكامنة لـ $\vec F$ لأن: $\vec F = -\vec{grad}\,E_p$

5- لدينا:

$$W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B)$$

بما أن: $E_p(A) = E_p(B) = -K\frac{R^2}{2}$ ⟸ $E_p(A) - E_p(B) = 0$

1

إذن: $\boxed{W_{A\to B} = 0}$