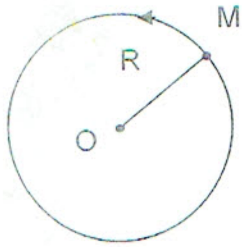
جامعة قسنطينة 1

يوم 10 /04/ 2013

سنة الأولى علوم المادة

الامتحان الاستدراكي في مقياس الفيزياء 1



التمرين 1 (5 نقاط): تتحرك نقطة مادية M فوق مسار دائري نصف قطره R ومركزه O.

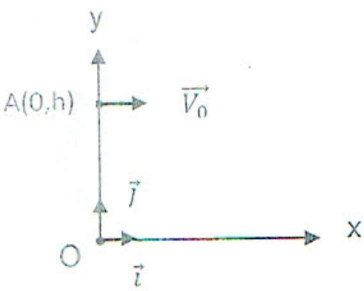
1- أختر جملة احداثيات لدراسة حركة M ثم اكتب عبارة شعاع الموقع فيها. (1)

2- استنتج عبارات شعاع السرعة و شعاع التسارع. (1) + (1)

3- متى تكون حركة M ذات تسارع مركزي وكم تساوي سرعة المسح لشعاع الموقع. (1) + (1)

التمرين 2 (5 نقاط): تقذف نقطة مادية كتلتها m في المرجع الشاقولي (Ox, Oy)

من نقطة A (0,h) توجد على ارتفاع h بسرعة ابتدائية أفقية $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{\imath}$.



1- اوجد شعاع التسارع للنقطة المادية ثم استنتج شعاع السرعة اللحظية. (1)

2- اوجد المعادلات الوسيطية للحركة ثم استنتج معادلة المسار ومثله على الشكل. (2)

3- حدد موقع سقوط الكتلة على الأرض. (1)

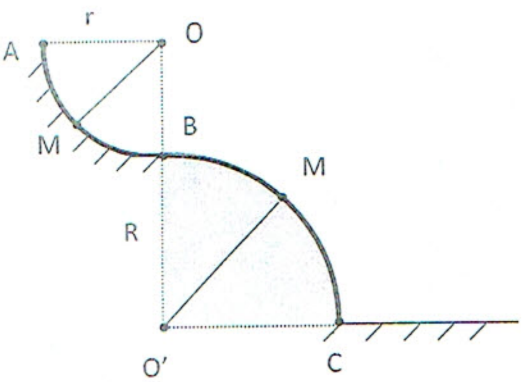
4- اوجد شدة التسارع الناظمي واستنتج نصف قطر انحناء المسار في أي لحظة t. (1)

التمرين 3 (4 نقاط) : تترك نقطة مادية كتلتها m من دون سرعة ابتدائية في النقطة A من المسار الدائري الشاقولي AB (ربع دائرة مركزها O ونصف قطرها r). الحركة فوق AB تتم بدون احتكاك.

1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار AB . (1)

2- اوجد سرعة النقطة المادية في M باستعمال مبادئ العمل والطاقة. (2)

3- تأكد أن النقطة المادية تصل إلى B بسرعة : $V_B = \sqrt{2gr}$. (1)



التمرين 4 (6 نقاط) : عند وصول النقطة المادية في التمرين السابق إلى B

تواجه مسارا دائريا شاقوليا أخر BC مركزه 'O ونصف قطره R.

حركة النقطة المادية فوق BC هي أيضا بدون احتكاك.

1- مثل القوى التي تؤثر على النقطة المادية في نقطة كيفية M من المسار BC. (1)

2- أختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة فوق BC واكتب المعادلات الخاصة بها. (1,5)

3- استنتج قوة رد فعل المسار على النقطة المادية. (1,5)

4- ما هو مسار النقطة المادية لما : ا- $R = 3r$ و ب- $R = r$. (2)

ملاحظة: رغم وجود صلة بين التمرينين 3 و 4 فإن حل التمرين الأخير لا يتطلب حل التمرين 3.

تصحيح الامتحان الاستدراكي .

التمرين 1 : 1 - جمل الإحداثيات الممكنة هي : القطبية $(\vec{u}_\rho , \vec{u}_\theta)$
الذاتية $(\vec{u}_T , \vec{u}_N)$ والديكارتية $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (1)
شعاع الموقع : $\vec{OM} = R.\vec{u}_\rho$ ، $\vec{OM} = R\cos\theta\, \vec{i} + R\sin\theta\, \vec{j}$
في الذاتية عوض شعاع الموقع لدينا الفاصلة المنحنية : $S(t) = R\theta$

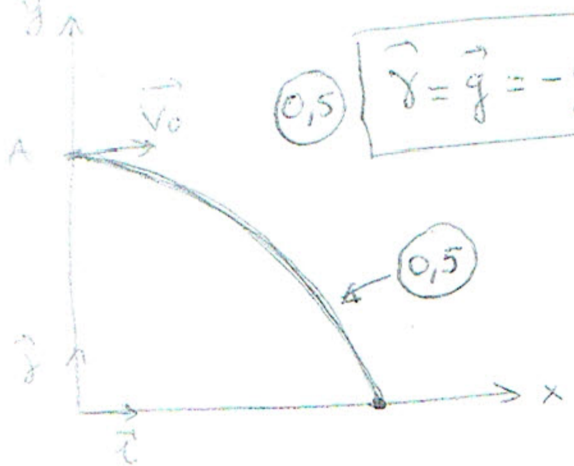
2 - نعطي الحل في القطبية فقط :

$$\text{(1)}\ \vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2 \vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\, \vec{u}_\theta \ ،\quad \text{(1)}\ \vec{V} = R\dot{\theta}.\vec{u}_\theta$$

3 - الحركة ذات تسارع مركزي : $\vec{OM} \parallel \vec{\gamma} \Leftarrow \ddot{\theta} = 0$ (1)
سرعة المسح : $\frac{ds}{dt} = \frac{C}{2}$ (0,5) مع $C = \rho^2\dot{\theta} = R^2\dot{\theta}$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{R^2\dot{\theta}}{2} \quad \text{(0,5)}$$

التمرين 2 : 1 -



$$\text{(0,5)}\ \boxed{\vec{\gamma} = \vec{g} = -g\vec{j}} \Leftarrow m\vec{g} = m\vec{\gamma}$$

$$\int_{\vec{V}_0}^{\vec{V}} d\vec{V} = \int_0^t \vec{\gamma}\, dt \Leftarrow \vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{V} = V_0\vec{i} - gt\vec{j}} \quad \text{(0,5)}$$

2 -

$$\vec{OM} = V_0 t\, \vec{i} - \frac{1}{2} g t^2 \vec{j} + \vec{OA} \Leftarrow \int_{\vec{OA}}^{\vec{OM}} d\vec{OM} = \int_0^t \vec{V}\, dt \Leftarrow \vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \text{(0,5)}$$

$$\begin{cases} x(t) = V_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases} \text{(0,5)} \Leftarrow \boxed{\vec{OM} = V_0 t\, \vec{i} + \left(h - \frac{1}{2} g t^2\right) \vec{j}}$$

قطع مكافئ موجه نحو الاسفل قمته في A $\Leftarrow \boxed{y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2} + h}$ (0,5) $\Leftarrow t = \frac{x}{V_0}$

3- عند سقوط الكتلة على الأرض: $y = 0$ ⇐ $x_0 = \sqrt{\frac{2V_0^2 \cdot h}{g}}$

موقع السقوط هو إذن: $(\sqrt{2V_0^2 h/g}\,,\,0)$. (1)

4- $\gamma_N = \frac{\|\vec V \wedge \vec \gamma\|}{\|\vec V\|}$ ⇐ $\gamma_N = \frac{\|(V_0\vec i - gt\vec j)\wedge -g\vec j\|}{\sqrt{V_0^2+g^2t^2}}$

أي: $\frac{V^2}{\rho} = \boxed{\gamma_N = \frac{V_0\, g}{\sqrt{V_0^2+g^2t^2}}}$ (0,5) ⇐ $\boxed{\rho = \frac{(V_0^2+g^2t^2)^{3/2}}{V_0\, g}}$ (0,5)

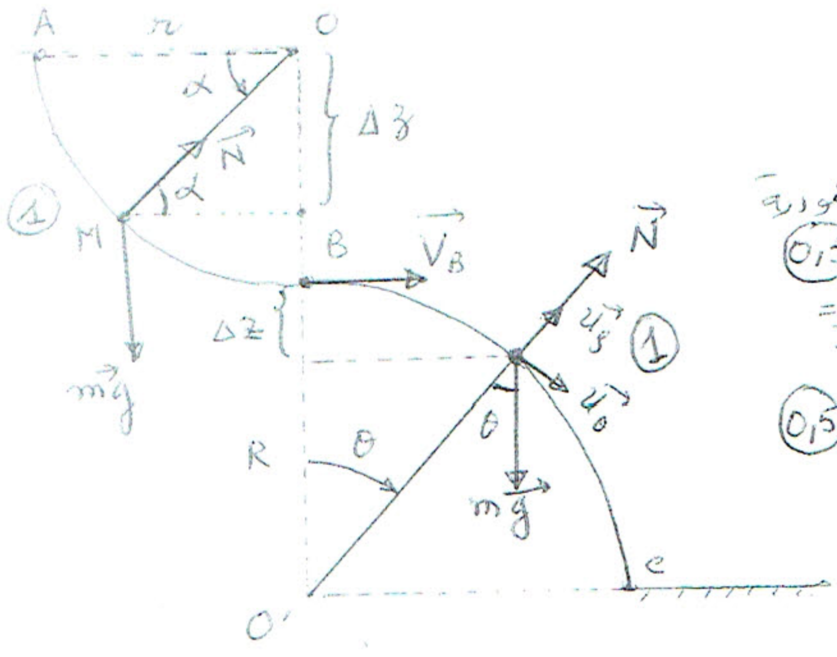
نصف قطر الانحناء

* ملاحظة: يمكن حساب γ_N من العلاقة: $\gamma_N = \sqrt{\gamma^2 - \gamma_t^2}$

مع $\gamma_t = \frac{dV}{dt}$

<u>التمرين 3</u>: 1- الشكل.

2- لا يوجد احتكاك ⇐ $\vec N$ عمودية على المسار أي لا تعمل. (0,5) $m\vec g$ هي فقط التي تنتج عملا وهي قوة محافظة. إذن الطاقة الكلية محفوظة. (0,5)



إذن: $E_p(A) + \underset{0}{\underset{\parallel}{E_c(A)}} = E_p(M) + E_c(M)$ (0,5) ⇒ $E_c(M) = E_p(A) - E_p(M)$

أو: $\frac{1}{2} m V_M^2 = mg\,\Delta z$ ⇐ $\boxed{V_M = \sqrt{2 g r \sin\alpha}}$ (0,5)

لأن: $\Delta z = r\sin\alpha$

ملاحظة: يمكن حساب V_M باستعمال نظرية الطاقة الحركية: $dW = dE_c$

أي: $W_{A\to M} = E_c(M) - E_c(A)$.

3- عندما تصل النقطة إلى B لدينا $\alpha = \pi/2$ (0,5)، ونجد بسهولة: $V_B = \sqrt{2gr}$ (0,5)

التمرين الرابع : فوق المسار BC تنطلق النقطة المادية بسرعتها الابتدائية $\vec{V}_B$.

1 . أنظر الشكل : $\vec{N}$ قوة رد الفعل عمودية على المسار
$m\vec{g}$ الثقل .

2 . المرجع المناسب : القطبية $(\vec{u}_\rho , \vec{u}_\theta)$ أو المنحنية : $(\vec{u}_T , \vec{u}_N)$
الحل مقدم في القطبية . (0,5)

معادلة الحركة : $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$ وعند الإسقاط في جملة الإحداثيات القطبية نجد :

$$\begin{cases} N - mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \rightarrow \vec{u}_\rho \quad (0,5) \\ mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) \rightarrow \vec{u}_\theta \quad (0,5) \end{cases}$$

لأن : $\vec{N} = N\,\vec{u}_\rho$ ، $m\vec{g} = -mg\cos\theta\,\vec{u}_\rho + mg\sin\theta\,\vec{u}_\theta$ ، $\vec{OM} = R\,\vec{u}_\rho$ ، $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

و $\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$.

3 . من المعادلة (1) نجد :

$$N = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2$$

$$(0,25) \quad N = mg\cos\theta - m\frac{V_M^2}{R} \qquad (V_M = R\dot{\theta})$$

حساب N يتطلب حساب V_M . بحل المعادلة التفاضلية (2) أو باستعمال مبدأ انحفاظ الطاقة الكلية لأن $\vec{N}$ لا تعمل (عمودية على المسار) .

$$E_p(B) + E_c(B) = E_p(M) + E_c(M)$$

$$E_c(M) = \frac{1}{2}mV_M^2 \overset{(0,5)}{=} \frac{1}{2}mV_B^2 + E_p(B) - E_p(M)$$

$$= \frac{1}{2}mV_B^2 + mg\,\Delta z$$

$$V_M^2 = V_B^2 + 2gR\,[1-\cos\theta]$$

$$\boxed{V_M = \sqrt{2gR + 2gR\,[1-\cos\theta]}} \quad (0,25)$$

تعويض V_M في عبارة N يعطينا:

$$\boxed{N = mg\left[3\cos\theta - 2\left(1+\frac{r}{R}\right)\right]}$$ (0,5)

$R = 3r$ ⇐ ب - 4

(0,25) $\boxed{N = mg\left[3\cos\theta - 8/3\right]}$

النقطة المادية تبقى فوق المسار BC مادامت $N \geq 0$ (0,25)

أي: $3\cos\theta - 8/3 \geq 0$ أي: $\boxed{\cos\theta \geq 8/9}$

إذن الزاوية الحدية θ_m التي تغادر بعدها الكتلة المسار BC هي:

(0,25) $\theta_m \simeq 27.27°$

(0,25) $N = mg\left[3\cos\theta - 4\right]$ ⇐ $R = r$ - ب

$N < 0$ (0,25)

إذن النقطة المادية تغادر المسار (السطح) عند B بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V}_B$ (0,25).

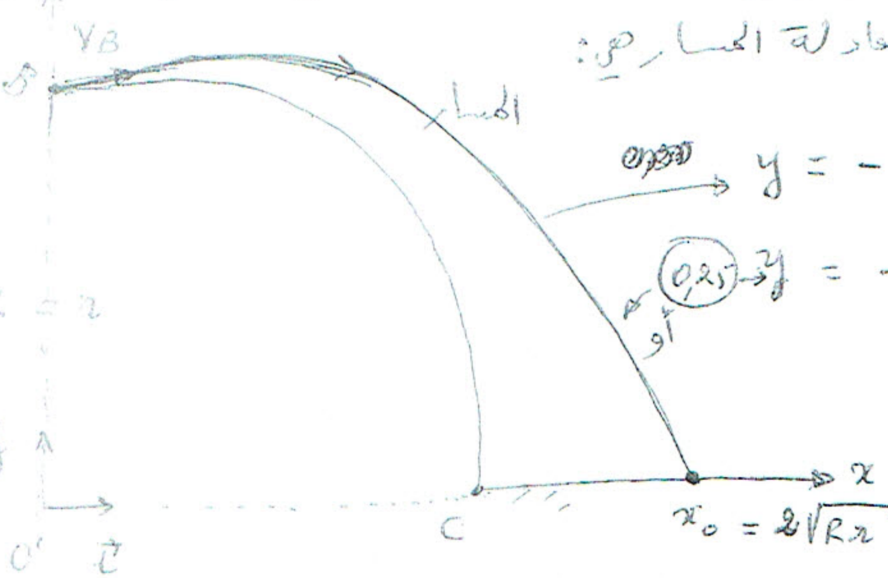
إذن تتعرض لسقوط حر بسرعة ابتدائية $V_0 = \sqrt{2gr}$ مثل ما هو في التمرين 2. معادلة المسار هي:

$$y = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{2gr} + R$$

(0,25) $$y = -\frac{1}{4}\frac{x^2}{r} + R$$

$x_0 = 2\sqrt{R.r}$ ⇐ $y = 0$

$= 2R$



$x_0 = 2\sqrt{Rr} = 2r = 2R$