2012 / 2011

يوم 2012-04-05

جامعة منتوري قسنطينة

قسم الفيزياء (سنة أولى LMD)

الإمتحان الإستدراكي في الفيزياء 1

التمرين الأول (10 نقاط): في جملة الإحداثيات القطبية $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ، تتحرك نقطة مادية وفق المعادلات الوسيطية :

$\rho = a\,.\,e^{-\omega t}$ و $\theta = \omega t$ ، حيث a و ω ثابتان موجبان و t معامل الزمن.

1- اعط معادلة المسار في الإحداثيات القطبية ثم ارسمه. (1)

2- أوجد عبارة شعاع السرعة في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ وطويلته ثم بين أن الزاوية $(\vec{V}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثابتة. (2)

3- أوجد عبارة شعاع التسارع في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$. هل الحركة متسارعة أم متباطئة؟ (1)

4- أوجد عبارة التسارع المماسي γ_t ثم الشعاع $\overrightarrow{\gamma_t}$ في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$، (2)

5- استنتج عبارة التسارع الناظمي $\overrightarrow{\gamma_n}$ في الجملة $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ثم بين أن الزاوية $(\vec{\gamma}, \overrightarrow{U_n})$ ثابتة. (2)

6- أوجد عبارة نصف قطر الانحناء بدلالة θ و a. (1)

7- أوجد عبارة الفاصلة المنحنية $S(t)$ ثم استنتج طول المسار الذي تسلكه النقطة المادية. (1)

التمرين الثاني (10 نقاط): تتحرك نقطة مادية على المسار (OAB) الممثل في الشكل.

الجزء الأول : المسلك OA مستقيم طوله L (OA=L) والنقطة المتحركة تنطلق من O بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{V_0} = V_0\vec{\imath}$ مع وجود احتكاك معامله f.

1- مثل مجموع القوى التي تؤثر على النقطة المادية. كيف هو اتجاه رد الفعل $\vec{R}$ ؟ (1.5)

2- اكتب معادلة الحركة في نقطة كيفية M_1 من المسار ثم استنتج عبارتي التسارع والسرعة في M_1. ما هي طبيعة الحركة؟ استنتج السرعة عند النقطة A. (2.5)

الجزء الثاني: المسلك AB عبارة عن ربع دائرة نصف قطرها R تتم الحركة فوقه من دون احتكاك.

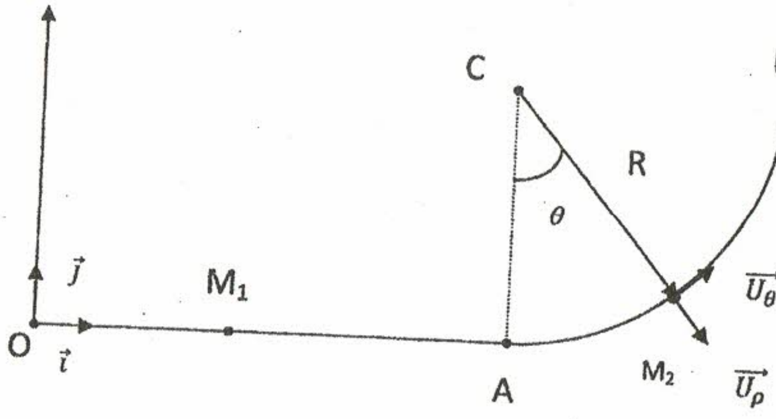
1- مثل مجموع القوى التي تؤثر على النقطة المادية في M_2 . (0.5)

2- اكتب معادلة الحركة باستعمال جملة الإحداثيات القطبية $(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta})$ ذات القطب C. (1.5)

3- اكتب المعادلة التفاضلية للحركة ثم استنتج عبارة السرعة في M_2. يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$ أي $\dot{\theta}$. (2)

4- استنتج قوة رد الفعل N. (1)

5- ما هي قيمة السرعة الابتدائية $\overrightarrow{V_0}$ حتى تتجاوز النقطة المتحركة النقطة B. في هذه الحالة كيف تكون الحركة بعد B. (1)



<u>التمرين الثالث</u>: ما هي العلاقات الصحيحة في الحالات التالية:

1- $\vec{F}$ حقل قوة ، W عمل هذه القوة و E_c الطاقة الحركية للنقطة التي تتعرض لهذه القوة.

(A)- $dW = Fdl$ (B)- $dW = \vec{F}.\vec{dl}$ (C)- $dW = F\cos(\vec{F},\vec{dl})dl$ (D)- $W_A^B = E_c(A) - E_c(B)$ −0,5

−0,5 0,5 0,5

2- $\vec{F}$ قوة محافظة و E_p الطاقة الكامنة لهذه القوة.

−0,5

(A) - $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p$ (B)- $dW = dE_p$ (C)- $W_A^B = E_p(A) - E_p(B)$ 0,5

0,5 (D)- $\int_{A,(C1)}^{B} \vec{F}\vec{dl} \neq \int_{A,(C2)}^{B} \vec{F}\vec{dl}$

−0,5

3- تتعرض كتلة m الى قوة من الشكل $\vec{F} = -kx\vec{i}$.

−0,5 0,5

(A)- $F = -\frac{dE_p}{dx}$ (B)- $E_p = kx^2$ (C)- $E_p = 1/2kx^2$ (D)- $E_p + E_c = Cte$

0,5 0,5

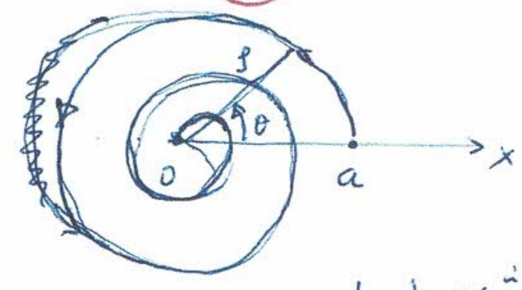
(E)- $E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B)$

0,5

<u>كل علاقة صحيحة تساوي نصف نقطة وعلاقة خاطئة ناقص نصف نقطة</u>

الإمتحان الإستدراكي فيزياء 1.

0.5



شكل المسار.

التمرين الأول:

1. معادلة المسار هي : $\rho = a e^{-\theta}$ (0,5)

$\vec{v}(M) = \dfrac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,5) , $\vec{OM} = \rho\cdot\vec{u}_\rho = a e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\rho$ - 2

$$\vec{v}(M) = a\omega e^{-\omega t}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t} \quad (0,5)$$

$$\vec{v}\cdot\vec{u}_\theta = a\omega e^{-\omega t} = \|\vec{v}\|\cdot\cos(\vec{v},\vec{u}_\theta) \Rightarrow \cos(\vec{v},\vec{u}_\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \pi/4. \quad (0,5)$$

3. $$\vec{\gamma} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\theta \quad (1)$$

4- الحركة متباطئة

$$\gamma_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = -\sqrt{2}\, a\omega^2 e^{-\omega t} \quad (0,5), \quad \gamma_t < 0 \Rightarrow \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_t = \gamma_t\cdot\vec{u}_T, \quad \vec{u}_T = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_t = -\sqrt{2}\, a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right) = a\omega^2 e^{-\omega t}\left(\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

5. $$\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma} - \vec{\gamma}_t = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\vec{u}_\theta - a\omega^2 e^{-\omega t}\left(\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta\right) \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}_n = -a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\left[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right] \quad (0,5)$$

$$\vec{u}_n = \frac{\vec{\gamma}_n}{\|\vec{\gamma}_n\|} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right). \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma}\cdot\vec{u}_n = -2a\omega^2 e^{-\omega t}\times -\frac{\sqrt{2}}{2} = \|\vec{\gamma}\|\cdot\cos(\vec{\gamma},\vec{u}_n)$$

(0,5)

$$\cos(\vec{\gamma},\vec{u}_n) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

-6 $$\|\vec{\gamma}_n\| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{\|\vec{\gamma}_n\|} = \frac{2a^2\omega^2\left(e^{-\omega t}\right)^2}{a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\, a e^{-\omega t}$$

(1)

$$\boxed{R = \sqrt{2}/2\; a e^{-\theta}} \rightarrow \boxed{R = \sqrt{2}\cdot a e^{-\theta}}$$

$$\|\vec{\gamma}_n\| = \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{v^2}{\|\vec{\gamma}_n\|} = \frac{2a^2\omega^2(e^{-\omega t})^2}{a\omega^2 e^{-\omega t}\cdot\sqrt{2}}$$ (0,5) -6

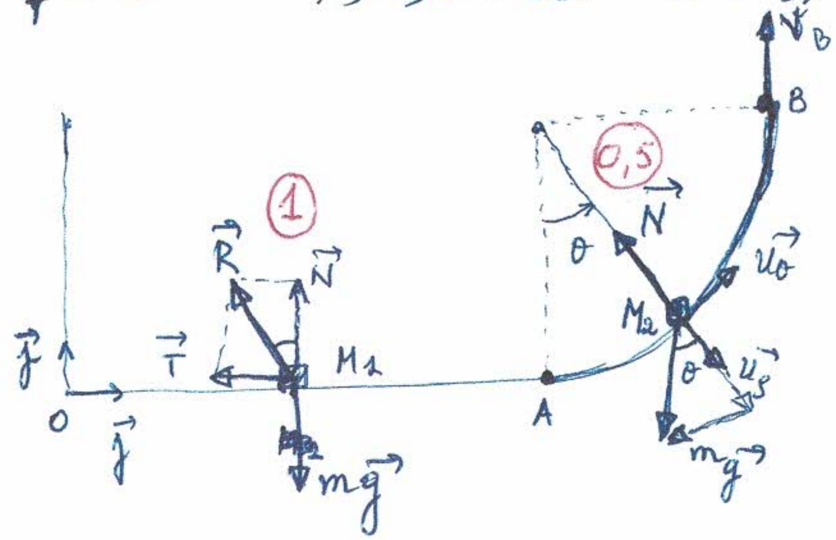
$$R = \sqrt{2}\cdot a e^{-\omega t} = \sqrt{2}\, a\, e^{-\theta}$$ (0,5)

(0,5)

$$\|\vec{v}\| = \frac{ds(t)}{dt} \Rightarrow S(t) = \int_0^t \|\vec{v}\|\, dt = \int_0^t \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}\, dt$$ -7

$$S(t) = \left[-\sqrt{2}\cdot a\frac{\omega}{\omega} e^{-\omega t}\right]_0^t = \sqrt{2}\, a\left[1 - e^{-\omega t}\right]$$

لما $t \to \infty$ ، $e^{-\omega t} \to 0$ ، إذن طول المسار هو: $S_T = \sqrt{2}\cdot a$ (0,5)



التمرين الثاني :

الجزء الأول : 1- فوق OA النقطة المادية تتحرك بوجود إحتكاك معامله f ⇐ قوة رد الفعل $\vec{R}$ ليست عمودية على OA.

$$\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$$ (0,5)

حيث المركبة المماسية $\vec{T}$ هي في الإتجاه المعاكس للحركة و $\|\vec{T}\| = f\cdot\|\vec{N}\|$

2- المعادلة الأساسية للتحريك هي: $m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{\gamma}$

$\vec{\gamma} = \frac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec{i}$ ، $\vec{R} = -\|\vec{T}\|\vec{i} + \|\vec{N}\|\vec{j}$ و $m\vec{g} = -mg\,\vec{j}$

(0,5)

$$\begin{cases} -\|\vec{T}\| = m\gamma \Rightarrow \gamma = -f\cdot mg/m = -f\cdot g \\ \|\vec{N}\| = mg \end{cases}$$ (0,5) (0,25)

$\gamma < 0$ ⇐ حركة متباطئة متغيرة بانتظام.

إذا كانت $M_1(x,0)$ ⇐ $v^2 - v_0^2 = 2\gamma(x - \underset{0}{x_0})$ (0,5) ، إذن:

$V_{(A)} = \sqrt{V_0^2 - 2fgL}$ و $V_{(x)} = \sqrt{V_0^2 - 2fgx}$ (0,5)

(0,25)

الجزء الثاني: 1- القوى التي تؤثر على النقطة المادية في M_2 ممثلة على الشكل وهي $m\vec{g}$ و $\vec{N}$.

2- معادلة الحركة هي: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$ (0,5)

حيث: $m\vec{g} = mg\cos\theta . \vec{u}_\rho - mg\sin\theta\, \vec{u}_\theta$ و $\vec{N} = -N\vec{u}_\rho$

و $\vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2 . \vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ ونستنتج

$$\begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \\ -mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) \end{cases} \rightarrow 1$$

3- المعادلة التفاضلية للحركة هي العلاقة (2) والتي يمكن كتابتها:

$$-mg\sin\theta \frac{d\theta}{dt} = mR.\frac{d\dot{\theta}}{dt}.\dot{\theta} \rightarrow 0,5$$

أو:

$$R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\sin\theta\, d\theta$$

أي:

$$\int_{\dot{\theta}_A}^{\dot{\theta}_{M_2}} R\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -\int_0^{\theta} g\sin\theta\, d\theta \quad (0,5)$$

$$\frac{1}{2}R\left[\dot{\theta}_{M_2}^2 - \dot{\theta}_A^2\right] = g\left[\cos\theta - 1\right]$$

ولأن: $\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \Leftarrow v^2 = R^2\dot{\theta}^2$ أي لدينا:

$$v_{M_2}^2 - v_A^2 = 2gR\left[\cos\theta - 1\right] \quad (0,5)$$

$$\boxed{v_{M_2}^2 = 2Rg\left[\cos\theta - 1\right] + \left(V_0^2 - 2fgL\right)} \quad (0,5)$$

4- نحصل على N من المعادلة (2): $N = mg\cos\theta + m\dfrac{V_{M_2}^2}{R}$ (0,5)

$$N = mg\,[3\cos\theta - 2] + (V_0^2 - 2fgL)$$ 0,5

5. لكي تتعدى النقطة المتحركة النقطة B يجب أن يكون $V_B > 0$.

نحصل على V_B من علاقة V_{M_2} لما $\theta = \pi/2$.

$$V_B^2 = V_0^2 - 2fgL - 2Rg > 0$$

إذن: $\boxed{V_0^2 > 2fgL + 2Rg}$ 0,5

في B، $\vec{V}_B$ هي شاقولية نحو الأعلى. 0,25 إذن بعد B، النقطة المادية تكمل الحركة نحو الأعلى تحت تأثير $m\vec{g}$ فقط ثم تتوقف عندما تصبح سرعتها $\vec{V} = \vec{0}$. ثم تعود 0,25 بعد ذلك لتسقط فوق المسار في النقطة B. عندما تصل إلى A تبدأ سرعتها في الانخفاض بسبب الاحتكاك. وحسب قيمة V_0 الابتدائية، إما تتوقف فوق OA (السرعة ضعيفة) أو تكمل الحركة بعد النقطة O (V_0 معتبرة).

التمرين الثالث:

1. (B) $dW = \vec{F}\cdot\vec{dl}$ 0,5 ، (C) $dW = F\cos(\vec{F},\vec{dl})\,dl$ 0,5

2. (A) $\vec{F} = -\vec{grad}\,E_p$ 0,5 ، (C) $W = E_p(A) - E_p(B)$ 0,5

3. (A) $F = -\dfrac{dE_p}{dx}$ 0,5 ، (C) $E_p = \dfrac{1}{2}kx^2$ 0,5 ، (D) $E_p + E_c = cte$ 0,5

0,5 (D) $E_p(A) + E_c(A) = E_p(B) + E_c(B)$

ملاحظة: لا يشترط كتابة العلاقة عند الإجابة، فمثلا في الحالة 1 يكفي أن يكتب: (B) و (C).

• العلامة السالبة = 00 في التمرين الثالث. (<0)