ألإمتحان الاستدراكي في الميكانيك

ـ التمرين 01 : (08 نقاط)

1- في حالة الإحداثيات ألأسطوانية أكتب :
- عبارة شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$
- أستنتج عبارة السرعة $\vec{V}$ وعبارة التسارع $\vec{\gamma}$

2- الحركة ذات التسارع المركزي :
- عرف الحركة
- بين باستعمال نظرية العزم الحركي أن الحركة مستوية
- حدد الخاصية الأساسية الأخرى
- أعط مثالين يكون في أحدهما المسار مغلقا، و في الآخر مفتوحا.

3- قوانين كيبلر:
- تكلم بإيجاز عن قوانين كيبلر الخاصة بحركة الكواكب حول الشمس
- أذكر هذه الكواكب

ـ التمرين 02 : **(12 نقطة)**

تعرف حركة نقطة مادية في الإحداثيات الأسطوانية بالمعادلات الزمنية :

$$z = 2\sqrt{2}r\, e^{\omega t} \quad , \quad \theta = \omega t \quad , \quad \rho = 2r\, e^{\omega t}$$

حيث ω و r ثابتان موجبان.
1- أوجد طبيعة المسار، أرسمه في المجال $\theta \in [0, 2\pi]$
2- اكتب شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ بدلالة أشعة الواحدة الأسطوانية
3- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع السرعة و أحسب طويلتها.
4- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع الواحدة المماسي
5- أستخرج المركبات الأسطوانية لشعاع التسارع و أحسب طويلته.
6- أستخرج المركبتين المماسية والناظمية لشعاع التسارع
7- أستنتج نصف قطر الانحناء
8- أحسب طول المسار ألذي تقطعه النقطة المادية خلال الفاصل الزمني $[\ 0\ ،\ \tau\ ]$

①

حل الإمتحان الإستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01:-

1)- * عبارة شعاع الموقع: $\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{u_\rho} + z\overrightarrow{k}$ (0.5)

* " " السرعة: $\overrightarrow{V} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{\rho}\overrightarrow{u_\rho} + \rho\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + \dot{z}\overrightarrow{k}$ (1)

* " " التسارع: $\overrightarrow{\gamma} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\overrightarrow{V}}{dt}$

$= (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\overrightarrow{u_\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\overrightarrow{u_\theta} + \ddot{z}\overrightarrow{k}$ (1)

2)- الحركة ذات التسارع المركزي:

* تعريف الحركة: هي حركة يكون فيها شعاع التسارع متجه دائماً نحو نقطة ثابتة "C" نسميها مركز التسارع، إذا أخذنا هذا المركز (0.5) كمركز للإحداثيات "C≡O" نجد أن: $\overrightarrow{\gamma} \wedge \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{0}$

* نظرية العزم الحركي: العزم الحركي: $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{P}$ (0.25)

حيث $\overrightarrow{P} = m\overrightarrow{V}$ هي كمية الحركة، بإشتقاق $\overrightarrow{L}$ بالنسبة للزمن

$\frac{d\overrightarrow{L}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{F}$ (0.25) حيث $\overrightarrow{F}$ هي محصلة القوى المؤثرة

إذا كان العزم $\overrightarrow{L}$ ثابت: $\frac{d\overrightarrow{L}}{dt} = \overrightarrow{0} \Leftarrow \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{\gamma} = \overrightarrow{0}$ (0.25)

وتكون الحركة ذات تسارع مركزي (0.25)

كذلك $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{V} = \overrightarrow{0}$ أي أن $\overrightarrow{V}$ و $\overrightarrow{OM}$ توجدان (0.5) دائماً داخل المستوي العمودي على $\overrightarrow{L}$ وهو ما يعني أن الحركة مستوية

* الخاصية الأساسية الأخرى: سرعة المسح وهي تمثل المساحة التي يمسحها شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ خلال وحدة الزمن وهي تكتب (0.25)

$$v_s \overset{(0.25)}{=} \frac{dS}{dt} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{V}\| = \frac{1}{2m}\|\overrightarrow{L}\| \quad (0.25)$$

بما أن $\overrightarrow{L}$ ثابت فإن سرعة المسح تكون ثابتة (0.25)

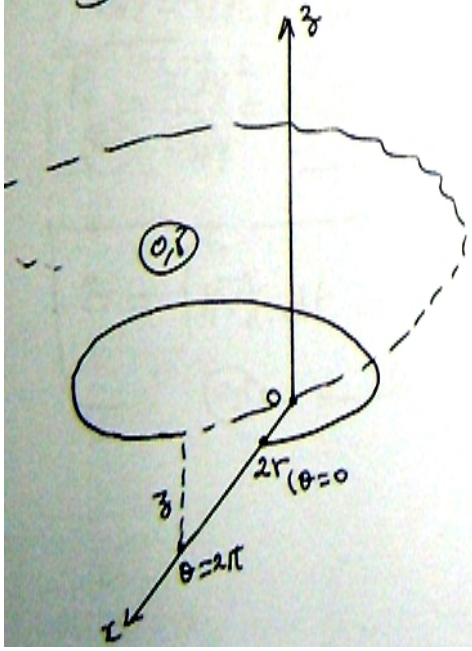
2)

- مثالان: (0,25)
* المسار مغلق: دوران الأرض حول الشمس (0,25)
* المسار المفتوح: تنا فرشحنتين كهربائيتين واحدة ثابتة

3)- قوانين كبلر: (0,5)
* قانون المدارات: مدار الكوكب حول الشمس عبارة عن إهليلج تقع الشمس في إحدى بؤرتيه (0,5)
* قانون المساحات: شعاع الموقع الذي يصل الكوكب بالشمس يمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية (0,5)
* قانون الدوران: مربع زمن دورة كاملة للكوكب حول الشمس متناسب مع مكعب نصف القطر الكبير: $\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \frac{T_3^2}{a_3^3} = ct$

- أسماء الكواكب: (0,5)
عطارد (Mercure)، الزهرة (Venus)، الأرض، المريخ (mars)، المشتري (Jupeter)، زحل (Saturne)، أورانوس، نيبتون، بلوتو.

- التمرين 02:
1)- معادلة المسار: (0,5) $\zeta = 2\sqrt{2}\, r e^{\theta}$ ، $\rho = 2r e^{\theta}$ و $\zeta = \sqrt{2}.\rho$
هي عبارة عن مسار لولبي أسي تصاعدي متباعد له نصف القطر ρ متناسب مع الإرتفاع ζ.



t	0	$\frac{T}{4}$	$T/2$	$3T/4$	T	$3T/2$	$2T$
θ	0	$\omega T/4$	$\omega\frac{T}{2}$	$\frac{3}{4}\omega T$	ωT	$\frac{3}{2}\omega T$	$2\omega T$
ρ	$2r$	$2re^{\omega T/4}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{\theta}$	$2re^{2\omega T}$
ζ	$2\sqrt{2}r$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$	$\sqrt{2}\rho$

(0,5)

(3)

2)- شعاع الموقع: $\overrightarrow{OH} = s\vec{u}_s + z\vec{k} = (2re^{\omega t})\vec{u}_s + (2\sqrt{2}re^{\omega t})\vec{k}$ (0,5)

3)- مركبات شعاع السرعة:

$$\vec{V} = \frac{d\overrightarrow{OH}}{dt} = \omega(2re^{\omega t})\left[\vec{u}_s + \vec{u}_\theta + \sqrt{2}\vec{k}\right]$$ (0,5) (0,5)

حيث: $V_s = \omega(2re^{\omega t})$ ، $V_\theta = \omega(2re^{\omega t})$ ، $V_z = \omega(2\sqrt{2}re^{\omega t})$ (0,5)

* طويلة السرعة:- $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_s^2 + V_\theta^2 + V_z^2} = 4r\omega e^{\omega t}$ (0,5)

4)- مركبات شعاع الواحدة المماسي:-

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{2}\left[\vec{u}_s + \vec{u}_\theta + \sqrt{2}\vec{k}\right]$$ (0,5) (0,25)

حيث: $u_{Tz} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $u_{T\theta} = \frac{1}{2}$ ، $u_{Ts} = \frac{1}{2}$ (0,25)

5)- مركبات شعاع التسارع:

$$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \omega^2(2re^{\omega t})\left[2\vec{u}_\theta + \sqrt{2}\vec{k}\right]$$ (0,5) (0,5)

حيث: $\gamma_z = 2\sqrt{2}\omega^2 re^{\omega t}$ ، $\gamma_\theta = 4r\omega^2 e^{\omega t}$ ، $\gamma_s = 0$ (0,5)

* طويلة التسارع:- $\|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_s^2 + \gamma_\theta^2 + \gamma_z^2} = 2\sqrt{6}r\omega^2 e^{\omega t}$ (0,5)

6)- المركبة المماسية للتسارع:- $\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 4r\omega^2 e^{\omega t}$ (0,5) (0,5)

* المركبة الناظمية للتسارع:- $\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2} = 2\sqrt{2}r\omega^2 e^{\omega t}$ (0,5) (0,5)

7)- نصف قطر الإنحناء:- $R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = 4\sqrt{2}re^{\omega t}$ (0,5) (0,5)

8)- طول المسار المقطوع:

$$S = \int_0^\tau \|\vec{V}\|.dt = \int_0^\tau 4r\omega e^{\omega t}dt = 4r\left[e^{\omega\tau} - 1\right]$$ (0,5) (1)