الامتحان الاستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01: (04 نقاط)

1- تكلم بإيجاز عن قوانين كيبلر التي تصف حركة الكواكب حول الشمس، و أذكر هذه الكواكب
2- من منصة أطلاق صواريخ، تقذف مركبة بسرعة V_0 تصنع زاوية α مع الأفق :
- ناقش بشكل كيفي، حسب قيمة هذه السرعة، مختلف أنواع الحركة الممكنة للمركبة

- التمرين 02: (08 نقاط)

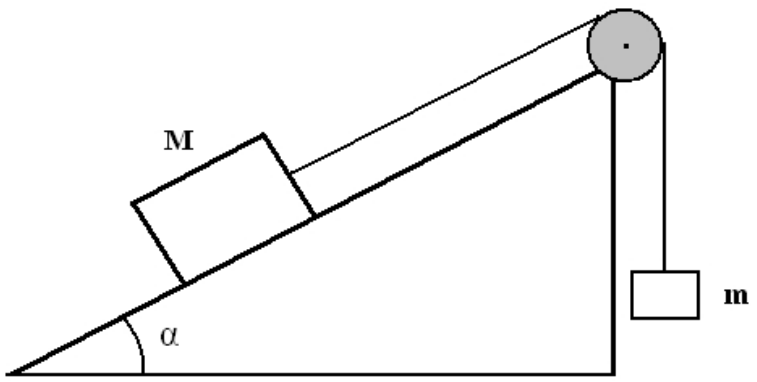
في معلم Oxy نحدد موقع النقطة M بالإحداثيات :

$$y(t) = r(1- cos(\omega t)) \quad ، \quad X(t) = r(\omega t - sin(\omega t))$$

حيث r و ω ثابتان موجبان.
1- استخرج معادلة المسار و مثلها بشكل كيفي على المعلم
2- أحسب مركبات السرعة و التسارع و طويلتيهما
3- أحسب المركبات المماسية و الناظمية للتسارع
4- استنتج عبارة نصف قطر الانحناء

- التمرين 03: (08 نقاط)

جملة مشكلة من كتلتين M و m مرتبطتان بخيط غير قابل للتمدد حسب الشكل أسفل، الكتلة M تنزلق على المستوي المائل بدون احتكاك، و البكرة مهملة الكتلة.
1- من أجل أي قيمة للكتلة m مقارنة مع M ، تكون الجملة في حالة توازن
2- إذا كانت $m = 3M$ ، كيف يكون اتجاه الحركة ؟ أحسب شدة توتر الخيط و قيمة تسارع الكتلتين
ت .ع - نأخذ : $m = 1kg$ و $\alpha = 30°$ و تسارع الجاذبية $g = 10\ m/s^2$



①

حل الإمتحان الإستدراكي في الميكانيك

- التمرين 01 :-

1- قوانين كيبلر ثلاثة :

(0,75) - قانون المدارات :- الكواكب تسير في مدارات إهليجية تقع الشمس في إحدى بؤرتيها

(0,75) - قانون المساحات :- شعاع موقع الكوكب بالنسبة للشمس يمسح مساحات متساوية في أزمنة متساوية

(0,75) - قانون الأدوار :- مربع دور حركة كوكب حول الشمس يتناسب مع مكعب نصف القطر الكبير للمدار

$$\frac{T^2}{a^3} = ct$$

(0,25) الكواكب هي : عطارد ، الزهرة ، الأرض ، المريخ ، المشتري ، زحل ، أورانوس ، نبتون ، بلوتو

2- حركة المركبة حسب قيمة السرعة $\vec{V_0}$ تكون :

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ ضعيفة : تصعد المركبة ثم تعود وتسقط على الأرض

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ متوسطة : تصعد المركبة وتستقر في مدار مغلق حول الأرض دون أن تسقط أو تبتعد عن الأرض

(0,5) * السرعة $\vec{V_0}$ كبيرة :- تصعد المركبة وتبتعد عن الأرض بإستمرار لتذهب في الفضاء الخارجي .

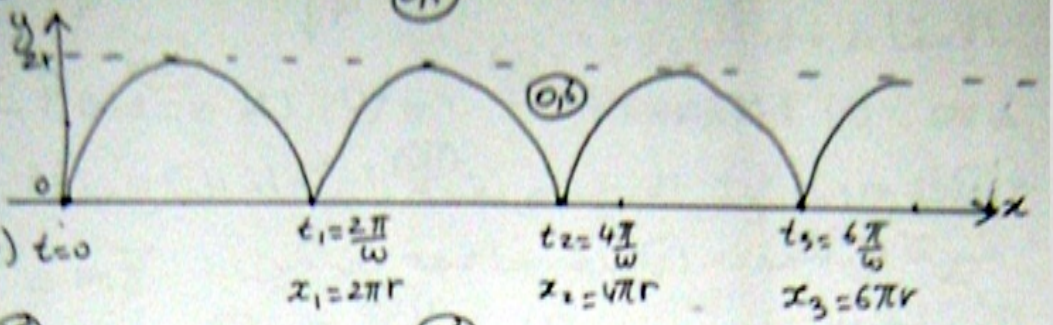
(2)

- التمرين 02:-

1- معادلة المسار: نجد أن $(x-r\omega t)^2+(y-r)^2=r^2$ (0,5)

(0,5) $C(r\omega t, r)$ وهي تمثل دائرة نصف قطرها r ومركزها

يتحرك حسب ox بسرعة ثابتة $v_c=r\omega$ (0,5)، شكل المسار هو:



2- حساب السرعة: $V_x=\frac{dx}{dt}=r\omega(1-\cos\omega t)$ (0,5)، $V_y=r\omega\sin\omega t$ (0,5)

وطويلتها: $\|\vec{V}\|=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=r\omega\sqrt{2(1-\cos\omega t)}$ (0,5)

- حساب التسارع: $\gamma_x=\frac{dV_x}{dt}=r\omega^2\sin\omega t$ (0,5)، $\gamma_y=\frac{dV_y}{dt}=r\omega^2\cos\omega t$ (0,5)

وطويلته: $\|\vec{\gamma}\|=\sqrt{\gamma_x^2+\gamma_y^2}=r\omega^2$ (0,5)

3- حساب التسارع المماسي:- $\gamma_T=\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}=\frac{r\omega^2\sin\omega t}{\sqrt{2(1-\cos\omega t)}}$ (0,5) (0,5)

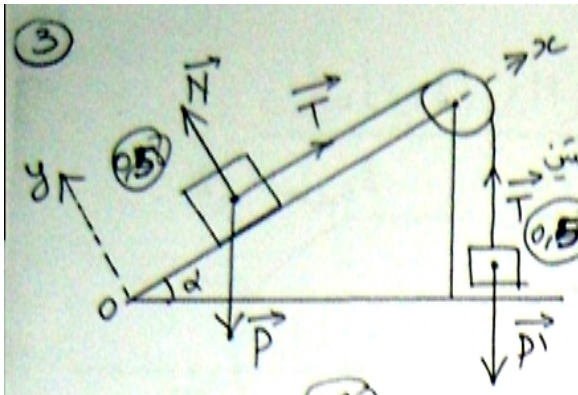
- حساب التسارع الناظمي: $\|\vec{\gamma}_N\|^2=\|\vec{\gamma}\|^2-\|\vec{\gamma}_T\|^2=\frac{1}{2}r^2\omega^4(1-\cos\omega t)$ (0,5)

$\|\vec{\gamma}_N\|=r\omega^2\sqrt{\frac{1}{2}(1-\cos\omega t)}$ (0,5)

4- حساب نصف قطر الإنحناء:- $R=\frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|}=r\sqrt{\frac{8(1-\cos\omega t)^2}{(1-\cos\omega t)}}=r\sqrt{8(1-\cos\omega t)}$ (0,25) (0,25)

نضع $1-\cos\omega t=2\sin^2\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ (0,25) ومنه نجد $R=4r\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ (0,25)

③



التمرين 03 :-

1- نطبق المبدأ الأساسي للتحريك على الكتلتين

* الكتلة M :- $\vec{P} + \vec{T} + \vec{N} = M\vec{\gamma}$ (0,5)

بالإسقاط على المحورين :

$N - P\cos\alpha = 0$ (2) : $oy =$ (0,25) $T - P\sin\alpha = M\gamma$ (1) : $ox =$ (0,25)

* الكتلة m :- توتر الخيط هو نفسه (0,25) لأن كتلة البكرة مهملة و الخيط غير قابل للتمدد، الكتلة خاضعة لقوتين : $\vec{P'} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$ (0,5)

بالإسقاط على المحور : $P' - T = m\gamma$ (3) (0,25)

نأخذ المعادلتين (1) و (3) والمجهولان هما γ و T

حساب التسارع γ :- نجمع (1) + (3) فنجد : $P' - P\sin\alpha = (M+m)\gamma$

ونجد $\gamma = \dfrac{m - M\sin\alpha}{m + M} g$ (0,5)

تبقى الجملة مستقرة عندما $\gamma = 0$ (0,5) $\Leftarrow m = M\sin\alpha$ (0,25) $\Leftarrow m = \frac{1}{2}M$ (0,25)

2- $m = 3M$:-

نجد أن التسارع $\gamma = \dfrac{3M - M\sin\alpha}{3M + m} g = \left(\dfrac{3 - \sin\alpha}{4}\right) g$ (1)

حساب التوتر T :-

من المعادلة (3) نجد : $T = P' - m\gamma = \left(\dfrac{1 + \sin\alpha}{4}\right) mg$ (1)

ت.ع : $\gamma = \dfrac{2,5}{4} g = 6,25\ m/s^2$ (0,75)

و $T = \dfrac{1,5}{4} . 1 . 10 = 3,75\ N$. (0,75)