استدراك الميكانيك

ـ التمرين 01:(08 نقاط)

نقطة مادية تتحرك تحت تأثير حقل كهرومغناطيسي وفق المعادلتين الزمنيتين في جملة الإحداثيات القطبية :

$\theta = \frac{t}{a}$, $\rho = \rho_0 e^{-\frac{t}{a}}$ ، مع a , ρ_0 ثابتان موجبان

1- أرسم المسار في المجال $\theta \in [0, 2\pi]$

2- أحسب شعاع السرعة و مثله على المسار من أجل زاوية $\boldsymbol{\theta}$ كيفية، مع رسم أشعة الواحدة $\left(\overrightarrow{U_\rho}, \overrightarrow{U_\theta}\right)$

3- بين أن الزاوية $\left(\vec{V}, \overrightarrow{U_\theta}\right)$ثابتة و استنتج قيمتها

4- أحسب شعاع التسارع، و بين أن الزاوية $\left(\vec{\gamma}, \overrightarrow{U_N}\right)$ ثابتة ثم استنتج قيمتها

5- أحسب نصف قطر انحناء المسار

ـ التمرين 02:(08 نقاط)

جسم كتلته ***m*** ينزلق على المسلك ***DEABC*** (أنظر الشكل)، حيث الجزء ***BA*** يمثل مستويا زاوية ميله ***30°*** و طوله ***L = BA*** و يملك معامل احتكاك صلب ***f*** ، والجزء ***CBD*** يمثل سطحا جانبيا أملسا لأسطوانة مركزها ***O*** و نصف قطرها ***R*** ، محدودا بزاوية قيمتها ***60°*** و يلامس مستوي الأرض عند النقطة ***C***.

1- الجزء ***BA*** : ـ مثل عند النقطة ***I*** مختلف القوى المؤثرة في الجسم

ـ أكتب القانون الأساسي للتحريك و استخرج قيمة التسارع، ثم استنتج قوتي رد الفعل الناظمي و المماسي و كذا رد الفعل الكلي و مثلها على الرسم.

ـ احسب قيمة السرعة عند نفس النقطة، ثم استنتج قيمتها عند النقطة ***B***.

2- الجزء ***BCD*** : ـ مثل عند النقطة ***M*** المحددة بالزاوية ***θ = (OC,MO)*** مختلف القوى المؤثرة في الجسم

ـ أكتب القانون الأساسي للتحريك، ثم أسقطه في معلم الإحداثيات الذاتية $(\overrightarrow{U_T}, \overrightarrow{U_N})$

ـ أستنتج عبارة كل من التسارع المماسي و رد الفعل الناظمي

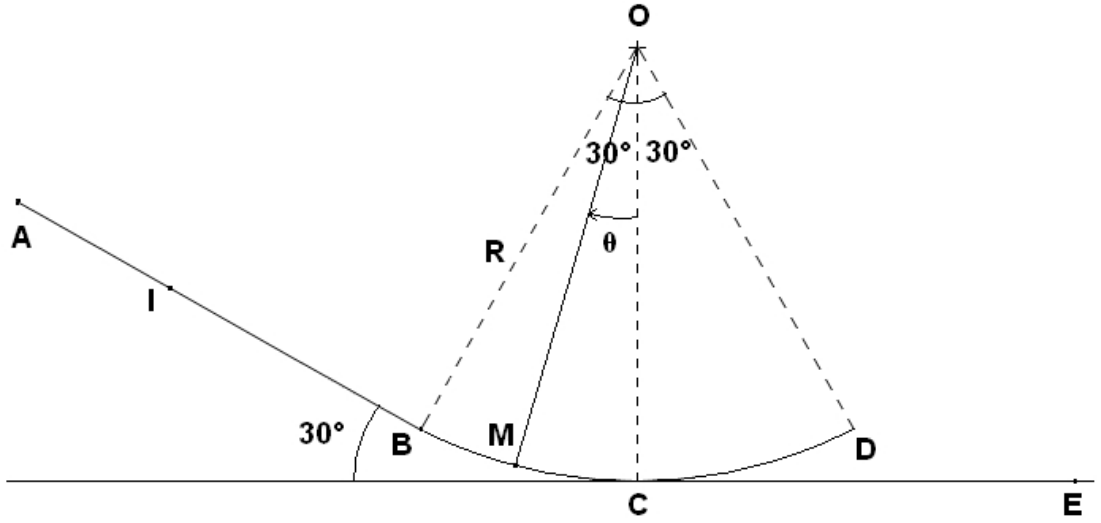
ـ بمكاملة التسارع المماسي، أحسب السرعة عند هذه النقطة، ثم أستنتج عبارتها عند النقطتين ***C*** و ***D***

3- الجزء ***ED*** :

ـ يغادر الجسم المسلك و يتحرك في الفراغ، حدد طبيعة الحركة و شكل المسار

ـ أوجد إحداثيات النقطة ***E (x,y)*** و قيمة مركبتي السرعة عندها.

ت.ع: ***g = 9.381m/S²*** ، ***m = 10Kg*** ، ***f =0.1*** ، ***L = R = 10m***



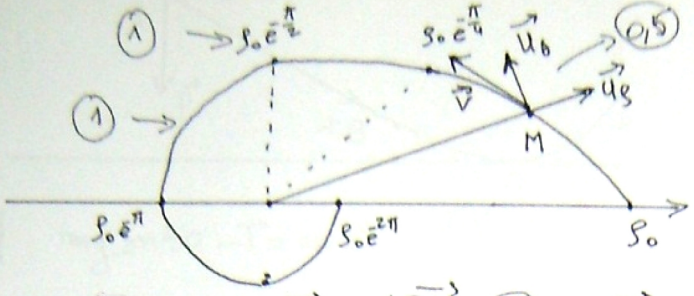
- التمرين 03:**(04 نقاط)**

- عرف الحركة ذات التسارع المركزي
- باستعمال نظرية العزم الحركي بين أن الحركة مستوية
- حدد الخاصية الأساسية الأخرى
- أعط مثالين فيزيائيين (واقعيين) يكون في أحدهما المسار مغلقا، و في الآخر مفتوحا.

1

حل إستدراك الميكانيك

التمرين 01 :-



-1

ه- شعاع السرعة :

$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,5) $\Leftarrow \vec{OM} = \rho\vec{u}_\rho$

$\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta = \frac{\rho_0}{a}e^{-\frac{t}{a}}\left[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right]$ (0,5) $\Leftarrow$ $\|\vec{V}\| = \frac{\rho_0}{a}e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}$ (0,25)

3- الزاوية $(\vec{V}, \vec{u}_\theta)$:

$\cos(\vec{V}, \vec{u}_\theta) = \frac{\vec{V}.\vec{u}_\theta}{\|\vec{V}\|.\|\vec{u}_\theta\|} = \frac{V_\theta}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (0,5)

$\Rightarrow (\vec{V}, \vec{u}_\theta) = \frac{\pi}{4}$ (0,5)

4- شعاع التسارع :-

$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \left(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_\rho + \left(2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$ (0,5)

$\vec{\gamma} = -2\frac{\rho_0}{a^2}e^{-\frac{t}{a}}\vec{u}_\theta$ (0,5) $\Leftarrow$ $\|\vec{\gamma}\| = 2\frac{\rho_0}{a}e^{-\frac{t}{a}}$

- الزاوية : $(\vec{\gamma}, \vec{u}_T)$:

$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta\right]$ (0,25)

$\cos(\vec{\gamma}, \vec{u}_T) = \frac{\vec{\gamma}.\vec{u}_T}{\|\vec{\gamma}\|.\|\vec{u}_T\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (0,25) $\Leftarrow (\vec{\gamma}, \vec{u}_T) = \frac{\pi}{4} \Leftarrow (\vec{\gamma}, \vec{u}_N) = \frac{\pi}{4}$ (0,5)

5- نصف قطر الإنحناء :-

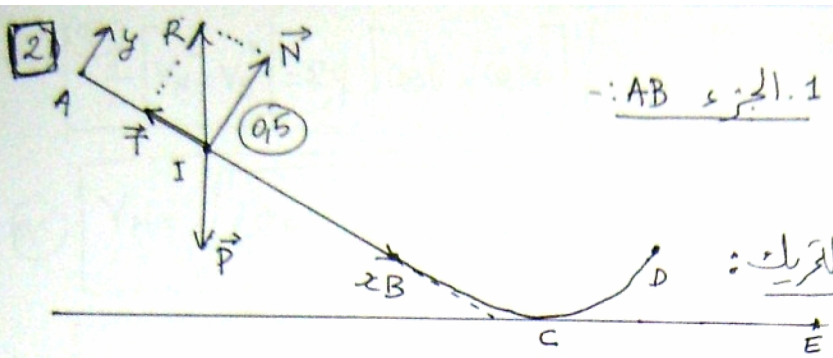
$\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N \Leftarrow \|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}$

$\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R} \Leftarrow R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|}$ (0,25)

$\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\rho_0}{a^2}e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}$ (0,25) $\Leftarrow$ $\|\vec{\gamma}_T\| = \left|\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\right| \Leftarrow \|\vec{\gamma}_T\| = \frac{\rho_0}{a^2}e^{-\frac{t}{a}}\sqrt{2}$ (0,25)

$R = \rho_0 e^{-\frac{t}{a}}.\sqrt{2}$ (0,5)

- التمرين 01 :- 1. الجزء AB :-



- القانون الأساسي للتحريك : (0,5)

بالإسقاط $\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}=m\vec{\gamma}$

1 $mg\sin 30 - T = m\gamma$:OX

2 $N - mg\cos 30 = 0$:OY

لدينا $T = f.N$

$\gamma = g\left[\sin 30 - f\cos 30\right]$ (0,25) و $N = mg\cos 30$ (0,25) $\Leftarrow$

$\gamma = 4,06\ m/s^2$ (0,25) و $N = 84,96\ N$ (0,25)

- الحركة مستقيمة بانتظام

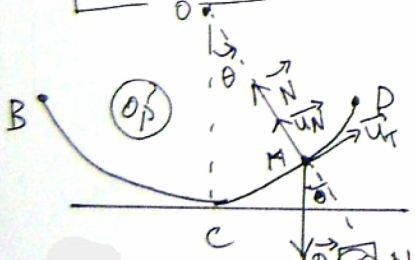
نطبق قانون السرعة : $V_I^2 - V_A^2 = 2\gamma\overline{AI}$ (0,25)

$\overline{AI} = x$ ، $V_A = 0$

لينذ أخيرا $x = L$ B عند $V_I = \sqrt{2gx\left[\sin 30 - f\cos 30\right]}$

$V_B = \sqrt{2gL\left[\sin 30 - f\cos 30\right]}$ (0,25) و $V_B = 9,01\ m/s$ (0,25)

2- الجزء BCD :- دون إحتكاك لدينا $\vec{P}+\vec{N}=m\vec{\gamma}$ (0,5)



بالإسقاط

1 $-mg\sin\theta = m\gamma_T$: $\vec{u}_T$ (0,5)

2 $N - g\,m\cos\theta = m\gamma_N$: $\vec{u}_N$

1 $\gamma_T = \frac{dV}{dt} = -g\sin\theta$ $\Leftarrow$

2 $N = mg\cos\theta + m\gamma_N$ $\Rightarrow$

- طريقة الحل المعادلة 1 ، نضربها في $d\theta$ $\Leftarrow$ $\frac{dV}{dt}.d\theta = -g\sin\theta\,d\theta$

بالمكاملة $\Leftarrow$ $VdV = -Rg\sin\theta\,d\theta$ (0,5) $\Leftarrow$ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ ، $V = R\omega$

(3) (0,25) $\frac{1}{2}\left[V_M^2 - V_B^2\right] = Rg\left[\cos\theta - \cos 30\right]$ $\Leftarrow \int_B^M V dV = -Rg\int_{\theta_B}^{\theta_M} \sin\theta\, d\theta$ (0,25)

(0,5) $V_M = \sqrt{2Rg\left[\cos\theta + \sin 30 - (1+f)\cos 30\right]}$ نعوض V_B فنجد

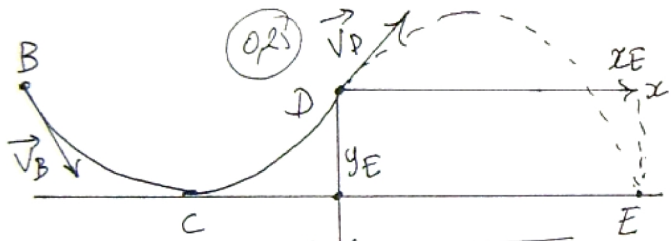
$R = L$

* عند النقطة C : $\theta = 0 \Leftarrow$ (0,25) $V_C = \sqrt{Rg\left[3 - (1+f)\sqrt{3}\right]}$

* عند النقطة D : $\theta = 30° \Leftarrow$ (0,25) $V_D = \sqrt{Rg\left[1 - f\sqrt{3}\right]}$

$V_B = V_D = 9{,}01\ m/s$ ، $V_C = 10{,}36\ m/s$

3- الجزء DE : عند النقطة D ، شعاع السرعة هو نظير شعاع السرعة عند B ، يصنع زاوية 30° نحو الأعلى وهي حركة قذيفة



(0,25) المسار قطع مكافئ مقلوب

لدينا $\vec{\gamma} = \vec{g}$

على OX : (0,25) $V_x = V_D \cos 30$ و (1) $x = V_D \cos 30\, t$

على OY : $\gamma = g \Leftarrow V_y = gt + V_D \sin 30$ (0,25) و (2) $y = \frac{1}{2}gt^2 + V_D \sin 30\, t$

عند النقطة E ، $y_E = R - R\cos 30$ نعوض في (2) لنجد الزمن

ثم نجد x_E من المعادلة (1)

(2) $\Leftarrow t^2 + 0{,}828t - 0{,}246$

$t = 0{,}232\ s$

$x = 1{,}81\ m$ (0,25) ، $y = 1{,}34\ m$ (0,25)

(4)

- التمرين 03 :-

- تعريف الحركة ذات التسارع المركزي :-

هي حركة يكون فيها التسارع موجهاً دائماً نحو نقطة ثابتة C تسمى بمركز التسارع ، إذا اخترنا هذه النقطة كمركز للإحداثيات نجد : (0,5)

$\vec{\gamma} \wedge \overrightarrow{OM} = 0$ (0,5) و $\vec{\gamma} // \overrightarrow{OM}$

- نظرية العزم الحركي :-

مشتقة العزم الحركي بالنسبة للزمن تساوي محصلة عزوم القوى المؤثرة في الجملة :

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$ (0,25) و (0,25) $\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{0}$ (0,25) $\Leftarrow \overrightarrow{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0}$ $\Leftarrow$ $\vec{\gamma}$ مركزي و $\vec{F} = m\vec{\gamma}$

$\Leftarrow$ $\vec{L} = \vec{ct}$ ، أي $\overrightarrow{OM}$ و $\vec{V}$ يقعان في المستوي العمودي على $\vec{L}$ ، هذا المستوي ثابت دائماً وبالتالي الحركة مستوية (0,25)

- سرعة المسح ثابتة : (4) $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\theta} = \frac{1}{2}\frac{\|\vec{L}\|}{m} = ct$

- حالة المسار المغلق يكون في حالة قوة الجاذبية ، مثل دوران القمر حول الأرض ، والمسار المفتوح في حالة القوة الكهربائية بين شحنتين موجبتين أو سالبتين (0,5) (0,5)