

Les matrices

Exercices résolus

Exercice 01 :

Soit la matrice $A \begin{pmatrix} 13 & -8 & -12 \\ 12 & -7 & -12 \\ 6 & -4 & -5 \end{pmatrix}$

- 1- Montrer que A est inversible et calculer sa matrice inverse A^{-1}
- 2- Calculer A^2 et A^n pour tout entier naturel n.

Exercice 02 :

Soit la matrice $A \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- 1- Calculer A^2
- 2- Calculer $A^2 - A - 2I_3$
- 3- En déduire A^{-1} la matrice inverse de A

Exercice 03 :

Soit la matrice $A(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{pmatrix}$

- 1- Calculer $A(0)$
- 2- Calculer $A(x).A(y)$;

Rappel : $\cos x \cdot \sin x - \sin x \cdot \cos x = \cos(x+y)$

$$\sin x \cdot \cos x + \cos x \cdot \sin y = \sin(x+y)$$

- 3- Déduire $A(x)$, $A(-x)$ et déterminer $A^{-1}(x)$

Exercice 04 :

Soit la matrice $A_t \begin{pmatrix} t-2 & 4 & 3 \\ 1 & t+1 & -2 \\ 0 & 0 & t-4 \end{pmatrix}$

Déterminer les valeurs réelles de t pour que la matrice A_t soit inversible

Exercice 05 :

Soit la matrice $A \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

- 1- Calculer A^2
- 2- Déterminer les coefficients a et b tels que : $A^2 = aA + bI_3$
- 3- Dédire que A est inversible et déterminer A^{-1} en fonction de A et I_3 .

Exercice 06 :

Soit la matrice $P = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

- 1- Calculer ${}^tP.P$
- 2- Dédire que P est inversible ensuite calculer P^{-1}

N.B : Bientôt la solution.