مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01: (08 نقاط)

في معلم ديكارتي $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ تعطى النقاط ***A*** ، ***B*** ، ***C*** ، ***D*** و إحداثياتها كما يلي:

A(1, 2 , 4) ¤ ***B(-1, 3 , 1)*** ¤ ***C(2 , -1 , -2)*** ¤ ***D(4 , -3 , 2)***

1- أحسب مركبات الأشعة : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$

2- أحسب الزاوية : $(\overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AC})$

3- أحسب حجم متوازي السطوح المتشكل من هذه الأشعة

- التمرين 02 : **(12 نقطة)**

في جملة الإحداثيات القطبية، نكتب معادلة الحركة لنقطة مادية ***M*** من الشكل :

$\theta = \omega t$, $\rho = R(2 - Cos\omega t)$ حيث: ***R*** و ω ثابتان موجبان

1- أدرس تغير ρ بدلالة θ ، ثم أرسم المسار في المجال $[0\ ,\ 2\pi]$

2- أكتب تعريف : شعاع الموقع ، شعاع السرعة و شعاع التسارع

3-أحسب عبارة شعاع السرعة و استنتج طويلته

4-أحسب عبارة شعاع التسارع و استنتج طويلته

5-أحسب قيمتي التسارع المماسي و التسارع ألناظمي.

6-أستنتج نصف قطر الانحناء.

حل المراقبة القصيرة في الميكانيك

التمرين 01 :-

1) مركبات الأشعة : $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}$ (1) ، $\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\\-6\end{pmatrix}$ (1) ، $\vec{AD}\begin{pmatrix}3\\-5\\-2\end{pmatrix}$ (1)

2) لدينا : $\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|\cos(\vec{A},\vec{B}) \Rightarrow \cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{\vec{AB}.\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|.\|\vec{AC}\|}$ (0,5)

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{14}$ ، $\|\vec{AC}\| = \sqrt{46}$ (0,5) $\Rightarrow \cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{13}{\sqrt{46\times14}}$ (0,5) $\Rightarrow (\vec{AB},\vec{AC}) \simeq 59,18$ (0,5)

3) حساب حجم متوازي السطوح : $V = |\vec{AB}.(\vec{AC}\wedge\vec{AD})|$ (0,5)

$\vec{AC}\wedge\vec{AD} = \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & -3 & -6\\ 3 & -5 & -2\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-24\\-16\\4\end{pmatrix}$ (1,5)

$V = \begin{pmatrix}-2\\1\\-3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}-24\\-16\\4\end{pmatrix} = 20$ (1)

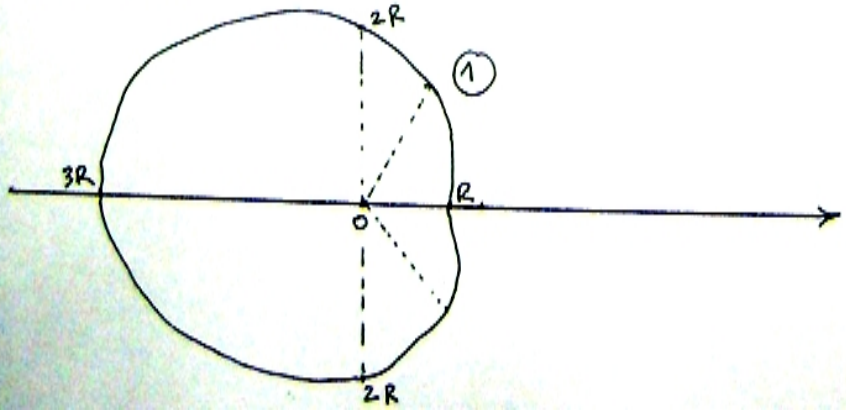
التمرين 02 :-

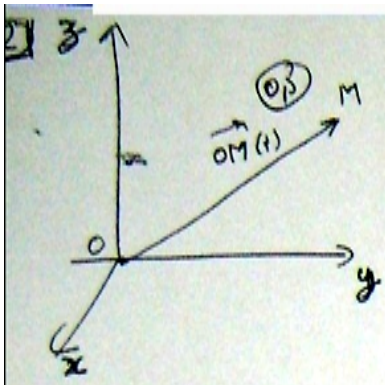
1- جدول تغير $s(\theta)$:

t	0	$\frac{\pi}{3\omega}$	$\frac{\pi}{2\omega}$	$\frac{\pi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}$	$\frac{5\pi}{3\omega}$	$\frac{2\pi}{\omega}$
θ	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
s	R	$\frac{3}{2}R$	$2R$	$3R$	$2R$	$\frac{3}{2}R$	R

(1)

وشكل المسار في المجال $[0,2\pi]$





2)- تعريف : شعاع الموقع : $\overrightarrow{OM}(t)$ (0,5)

" شعاع السرعة : $\vec{V}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ (0,5)

" " التسارع : $\vec{\gamma} = \frac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \frac{d\vec{V}}{dt}$ (0,5)

3)- حساب شعاع السرعة :

شعاع الموقع : $\overrightarrow{OM} = \rho(t)\,\vec{u}_\rho(t)$ (0,25) (1)

السرعة : $\vec{V} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta \Leftarrow \vec{V} = R\omega\left[\sin\omega t\,\vec{u}_\rho + (2-\cos\omega t)\vec{u}_\theta\right]$ (0,25)

والطويلة : $\|\vec{V}\| = R\omega\sqrt{(\sin\omega t)^2 + (2-\cos\omega t)^2} = R\omega\sqrt{5-4\cos\omega t}$ (0,5)

4)- حساب شعاع التسارع : $\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{u}_\theta$ (0,5)

$\vec{\gamma} = 2R\omega^2\left[(\cos\omega t - 1)\vec{u}_\rho + \sin\omega t\,\vec{u}_\theta\right]$ (1)

والطويلة : $\|\vec{\gamma}\| = 2R\omega^2\sqrt{2(1-\cos\omega t)} = 4R\omega^2\sin\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ (0,5)

5)- حساب التسارع المماسي : $\vec{\gamma}_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}\vec{u}_T = 2R\omega^2\frac{\sin\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}\vec{u}_T$ (0,5) (1)

" " - الناظمي : $\vec{\gamma}_N = \|\vec{\gamma}_N\|\vec{u}_N = \left(\sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}\right)\vec{u}_N$ (0,5)

$\vec{\gamma}_N = 6R\omega^2\frac{1-\cos\omega t}{\sqrt{5-4\cos\omega t}}\cdot\vec{u}_N$ (1)

6)- حساب نصف قطر الإنحناء : لدينا : $\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\rho} \Leftarrow$ (0,5)

$\rho = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = \frac{R}{6}\frac{(5-4\cos\omega t)^{3/2}}{(1-\cos\omega t)}$ (1)