جامعة قسنطينة **السنة الجامعية 2009/2008**

مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01 : (08 نقاط)

نعطي النقاط **A(1 , 2, 0)** ، **B(3, 0, 1)** ، **C(0, 5, 2)** ، **D(-2,-3, 3)**

1- أحسب مركبات الأشعة التالية و طويلاتها : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AD}$

2- أحسب الجداآت السلمية: $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC}$ ، و $\overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{AD}$ ثم استنتج الزاوية $(\overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD})$

3- أحسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ من: $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD}$

4- أحسب حجم متوازي السطوح المشكل من : $(\overrightarrow{CD},\ \overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{AB})$

- التمرين 02 : (12 نقطة)

نقطة مادية **M** تتحرك في مستوي الإحداثيات القطبية وفق المعادلتين الزمنيتين :

$$\rho = R_0(Cos\,\omega t + 1) \qquad \text{و} \qquad \theta = \omega.t$$

حيث R_0 ، ω ثابتان موجبان

1- أدرس تغير ρ بدلالة θ ، ثم أرسم المسار في المجال $[0\ ,\ 2\pi]$

2- أكتب تعريف : شعاع الموقع ، شعاع السرعة و شعاع التسارع

3-أحسب عبارة شعاع السرعة و استنتج طويلتها

4-أحسب عبارة شعاع التسارع و استنتج طويلته

5-أحسب كل من قيمة التسارع المماسي و التسارع الناظمي.

1

حل مراقبة الميكانيك

التمرين 01 :-

1)-

0,33 $\|\vec{AC}\|=\sqrt{14}$ ، 0,33 $\vec{AC}\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$ ، 0,33 $\|\vec{AB}\|=3$ ، 0,33 $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}$

0,33 $\|\vec{AD}\|=\sqrt{43}$ ، $\vec{AD}\begin{pmatrix}-3\\-5\\3\end{pmatrix}$ 0,33

2)-

$\vec{AC}\cdot\vec{AD}=-6$ 0,5 ، $\vec{AB}\cdot\vec{AC}=-6$ 0,5

$$\cos(\vec{AC},\vec{AD}) \overset{0,5}{=} \frac{\vec{AC}\cdot\vec{AD}}{\|\vec{AC}\|\cdot\|\vec{AD}\|}=\frac{-6}{\sqrt{14}\times\sqrt{43}}$$

$$(\vec{AC},\vec{AD})=+104,15^\circ$$ 0,5

3)- مساحة متوازي الأضلاع :-

$$\vec{AB}\wedge\vec{AD} \overset{1}{=} \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & 1\\ -3 & -5 & 3\end{vmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\-9\\-16\end{pmatrix}$$

$\Leftarrow$ 0,5 $S=\|\vec{AB}\wedge\vec{AD}\|$

$$=\sqrt{1+81+256} \overset{0,5}{=} \sqrt{338}$$

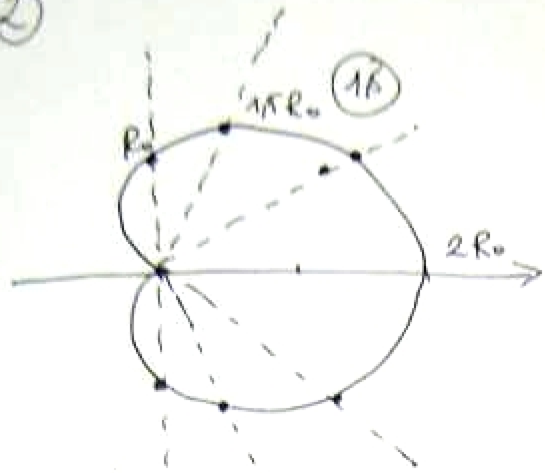
4)- حجم متوازي السطوح :-

$$\vec{AC}\wedge\vec{AB} \overset{0,5}{=} \begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 3 & 2\\ 2 & -2 & 1\end{vmatrix}=\begin{pmatrix}7\\5\\-4\end{pmatrix} ،\quad \vec{CD}\begin{pmatrix}-2\\-8\\1\end{pmatrix}$$ 0,5

$$V \overset{0,5}{=} \left|\vec{CD}\cdot(\vec{CA}\wedge\vec{AB})\right|=\left|\vec{CD}\cdot(\vec{AC}\wedge\vec{AB})\right|$$

$$V=|-14-40-4|=58$$ 0,5

(2)



-التمرين 02 :-

1- مسار الحركة :-

(0,5)

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
ρ	$2R_0$	$1,87 R_0$	$1,5 R_0$	R_0	0	R_0	$1,5 R_0$	$2R_0$

2- شعاع الموقع :-

هو الشعاع الذي يربط النقطة M بمركز الإحداثيات O

وهو يتغير مع الزمن $\vec{OM}(t)$ (0,66)

-شعاع السرعة :- هي مشتقة شعاع الموقع بالنسبة للزمن

(0,66) $\vec{V}(t)=\frac{d\vec{OM}}{dt}$

-شعاع التسارع :- هو مشتقة شعاع السرعة بالنسبة للزمن

(0,66) $\vec{\gamma}(t)=\frac{d\vec{V}}{dt}=\frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$

3- عبارة شعاع السرعة :-

(0,5)

$$\vec{V}=\frac{d\vec{OM}}{dt}=\dot{\rho}\,\vec{u}_\rho+\rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$$

(0,5)+(0,5) (1)

$$\|\vec{V}\|=R_0\omega\sqrt{2(\cos\omega t+1)} \Leftarrow \vec{V}=R_0\omega\left[-\sin\omega t\,\vec{u}_\rho+(\cos\omega t+1)\,\vec{u}_\theta\right]$$

4- عبارة شعاع التسارع :-

(0,5)

$$\vec{\gamma}=(\ddot{\rho}-\rho\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_\rho+(2\dot{\rho}\dot{\theta}+\rho\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta$$

(0,5)+(0,5) (1)

$$\|\vec{\gamma}\|=R_0\omega^2\sqrt{5+4\cos\omega t} \Leftarrow \vec{\gamma}=-R_0\omega^2\left[(2(\cos\omega t+1))\,\vec{u}_\rho+2\sin\omega t\,\vec{u}_\theta\right]$$

5- عبارة التسارع المماسي :-

(0,5) (1)

$$\|\vec{\gamma}_T\|=\frac{d\|\vec{V}\|}{dt}=-R_0\omega^2\frac{\sin\omega t}{\sqrt{2(\cos\omega t+1)}}$$

(3) عبارة التسارع الناظمي :-

(0,25) $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N$

$\Leftarrow \quad \|\vec{\gamma}\|^2 = \|\vec{\gamma}_T\|^2 + \|\vec{\gamma}_N\|^2 \quad \Leftarrow \quad \|\vec{\gamma}_N\|^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2$ (0,25)

$\|\vec{\gamma}_N\|^2 = R_0^2\,\omega^4\left[\frac{5\cos\omega t + 4}{2}\right]$ (0,5) $\quad \Leftarrow \quad \|\vec{\gamma}_N\| = R_0\,\omega^2\sqrt{\frac{5\cos\omega t + 4}{2}}$ (0,5)