مراقبة قصيرة في الميكانيك

- التمرين 01 : (08 نقاط)

نعطي النقاط **A(1 , 1,-2) ، B(1,-1, 3) ، C(-2, 0, 1) ، D(-1,-2, 2)**

1- أحسب مركبات الأشعة : $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{CD}$

2- أوجد الزاوية بين الأشعة : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ ، و $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CD})$

3- أحسب مساحة المثلثين : **(ABC)** و **(BCD)**

4- أحسب حخم متوازي السطوح المشكل من : $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{CD})$

- التمرين 02 : (12 نقطة)

المعادلة الزمنية لحركة نقطة مادية في الإحداثيات القطبة تكتب :

$\rho = \mathrm{a.e}^{\theta}$ و $\theta = \omega.\mathrm{t}$ حيث a , ω ثابتان موجبان

1- أرسم المسار في المجال **$\theta = 0$** و **$\theta = 2\pi$**

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته : ثم استنتج مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{UT}$

3-أحسب شعاع التسارع و طويلته

4-أحسب التسارع المماسي و التسارع الناظمي ثم أستخرج نصف قطر الإنحناء

5- أحسب طول المسار المقطوع خلال الفاصل الزمني **(T , 0).**

①

حل مراقبة الميكانيك

التمرين 01 : (08 نقاط)

-(1 $\vec{AB}\begin{pmatrix}0\\-2\\5\end{pmatrix}$ (0,5) ، $\vec{AC}\begin{pmatrix}-3\\-1\\+3\end{pmatrix}$ (0,5) ، $\vec{CD}\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$ (0,5)

-(2 $\cos(\vec{AB},\vec{AC}) = \dfrac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{\|\vec{AB}\|\cdot\|\vec{AC}\|}$ (0,5)

(0,5) $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = (0\times-3)+(-2\times-1)+(5\times+3) = 17$ *

(0,5) $\|\vec{AB}\| = \sqrt{0^2+(-2)^2+5^2} = \sqrt{29}$ ، $\|\vec{AC}\| = \sqrt{(-3)^2+(-1)^2+3^2} = \sqrt{19}$ (0,5)

$(\vec{AB},\vec{AC}) = 43,6°$ (0,5) $\Leftarrow$ ، $\cos(\vec{AB},\vec{AC}) = 0,724$

(0,5) $\vec{AC}\cdot\vec{CD} = (-3\times1)+(-1\times-2)+(3\times1) = 2$ *

$\|\vec{AC}\| = \sqrt{19}$ ، $\vec{CD} = \sqrt{1^2+(-2)^2+1^2} = \sqrt{6}$ (0,5)

$(\vec{AC},\vec{CD}) = 79,2°$ (0,5) $\Leftarrow$ ، $\cos(\vec{AC},\vec{CD}) = \dfrac{2}{\sqrt{19}\times\sqrt{6}} = 0,1873$

① $\vec{AB}\wedge\vec{AC} = \begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&-2&5\\-3&-1&3\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\-15\\-6\end{pmatrix}$

$S(ABC) = \frac{1}{2}\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\|$ (0,5) -3

(0,5) $\|\vec{AB}\wedge\vec{AC}\| = \sqrt{(-1)^2+(-15)^2+(-6)^2} = \sqrt{262}$

$S(ABC) = \dfrac{\sqrt{262}}{2} = 8,0932$

① $\vec{BC}\wedge\vec{CD} = \begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-3&1&-2\\1&-2&1\end{vmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\1\\5\end{pmatrix}$ ، $S(BCD) = \frac{1}{2}\|\vec{BC}\wedge\vec{CD}\|$ ، $\vec{BC}\begin{pmatrix}-3\\1\\-2\end{pmatrix}$ (0,5)

$\|\vec{BC}\wedge\vec{CD}\| = \sqrt{(-3)^2+1^2+5^2} = \sqrt{35}$ (0,5)

$S(BCD) = \dfrac{\sqrt{35}}{2} = 2,958$

(2)

$$V = (\vec{AB} \wedge \vec{AC}).\vec{CD} = \begin{pmatrix} -1 \\ -15 \\ -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = -1 + 30 - 6 \quad -4$$

(0,5)

$$V = 23 \quad (0,25)$$

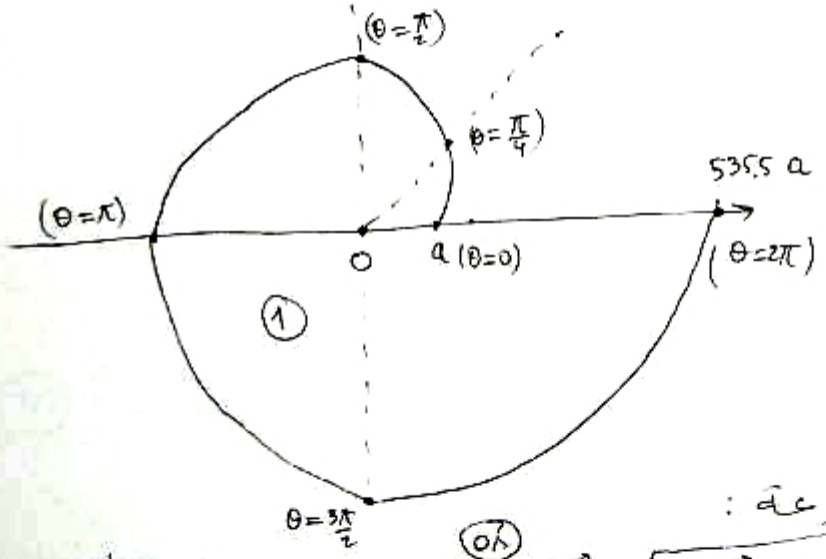
التمرين 02 : (12 نقطة) -

1- رسم المسار :

$\rho = a.e^{\theta} = a.e^{\omega t}$ ، $\theta = \omega t$

(0,5)

θ	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π
ρ	a	$ae^{\frac{\pi}{4}}$	$a.e^{\frac{\pi}{2}}$	ae^{π}	$ae^{\frac{3\pi}{2}}$	$ae^{2\pi}$



2- حساب السرعة :

(0,5)

$\dot{\rho} = a\omega e^{\omega t}$ ، $\dot{\theta} = \omega$ ، $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{\rho}\vec{u_\rho} + \rho\dot{\theta}\vec{u_\theta}$ (0,5)

$$\vec{V} = a\omega e^{\omega t}\vec{u_\rho} + a\omega e^{\omega t}\vec{u_\theta} = a\omega e^{\omega t}(\vec{u_\rho} + \vec{u_\theta})$$

(0,5)

$$\|\vec{V}\| = a\omega\sqrt{2}\, e^{\omega t} \quad (0,5)$$

(0,5) $\vec{u_T} = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{u_\rho} + \vec{u_\theta})$ (0,5)

(3)

$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$ (0,5) 3- حساب التسارع:

$\vec{\gamma} = \ddot{\rho}\vec{u}_\rho + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta + \rho\ddot{\theta}\vec{u}_\theta - \rho\dot{\theta}^2\vec{u}_\rho$

(0,5) $\ddot{\rho} = a\omega^2 e^{\omega t}$ ، $\dot{\rho} = a\omega e^{\omega t}$ | ، $\ddot{\theta} = 0$ ، $\dot{\theta} = \omega$ (0,5)

$\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + 2\dot{\rho}\dot{\theta}\vec{u}_\theta$ (0,5)

$\|\vec{\gamma}\| = 2a\omega^2 e^{\omega t}$ (0,5) $\vec{\gamma} = 2a\omega^2 e^{\omega t}\vec{u}_\theta$ (0,5)

4- حساب التسارع المماسي والناظمي:

$\|\vec{\gamma}_T\| = a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t}$ (0,5) $\Leftarrow$ $\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$ (0,5)

(0,5) $\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2} = a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t}$ (0,5)

نجد نصف قطر الإنحناء:

(0,5) $R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = \frac{a^2\omega^2 \cdot 2\, e^{2\omega t}}{a\omega^2\sqrt{2}\, e^{\omega t}}$

$\Rightarrow$ $R = a\sqrt{2}\, e^{\omega t}$ (0,5)

(0,5) $S = \int_0^T \|\vec{V}\| \cdot dt = \int_0^T a\omega\sqrt{2}\, e^{\omega t} \cdot dt$ $\Leftarrow$ $dS = \|\vec{V}\| \cdot dt$ (0,5) 5-

$S = a\sqrt{2}\left[e^{\omega t} - 1\right]$ (0,5)