

CHAPITRE 7

ESSAIS DE PUIITS ET POMPAGES D'ESSAI

1. Hydraulique des puits

Les puits ou forages sont des ouvrages hydrauliques essentiellement utilisés pour le captage des eaux souterraines destinées à un usage domestique, industriel ou agricole.

Le prélèvement de l'eau dans une nappe (libre ou captive) par pompage déclenche une déformation de la surface piézométrique. La vitesse de l'eau dans le cylindre est différente de l'eau dans l'aquifère et l'abaissement de l'eau dans l'ouvrage, appelé niveau dynamique, se propage dans l'espace de l'aquifère.

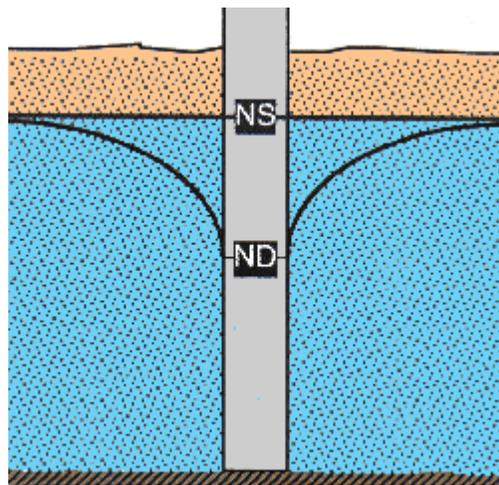


Fig.1. cône de rabattement induit par un pompage.

Cela entraîne la formation d'un cône qui s'étend dans l'aquifère, le cône de rabattement. Le cône de rabattement suit les hétérogénéités du sédiment, et forme une géométrie elliptique. L'aile du cône se déplace dans l'aquifère jusqu'à une limite susceptible de compenser les prélèvements.

Il existe différents types de cônes en fonction du type de nappe de l'aquifère :

- Les formations très perméables : le cône se propage très loin dans le puits
- Les formations peu perméables : le cône se propage dans un espace limité

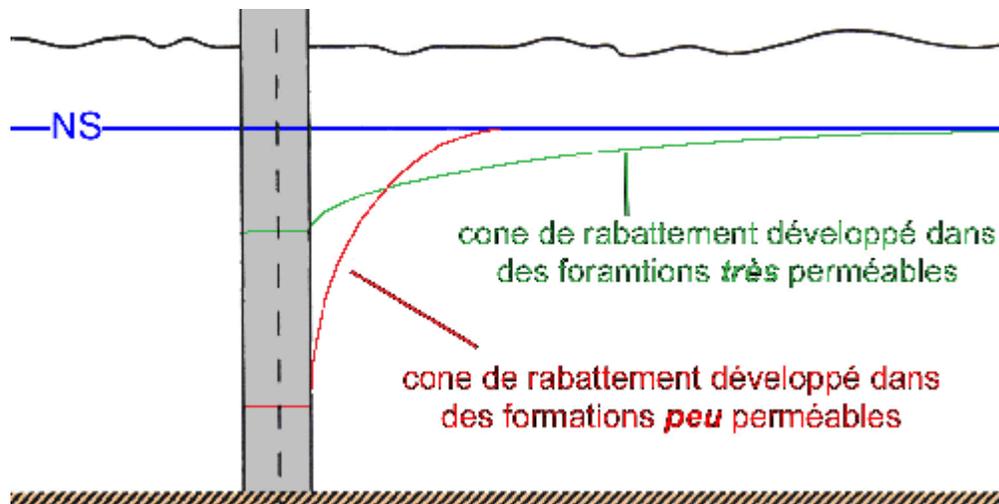


Fig.2. Différents types de cônes en fonction du type de nappe de l'aquifère

Le cône est asymétrique ; il est proportionnel au gradient de la nappe. Sa progression dans l'espace du réservoir est fonction de la réponse de l'aquifère au volume prélevé, de la transmissivité et de la présence ou de l'absence d'un front d'alimentation proche ou éloigné.

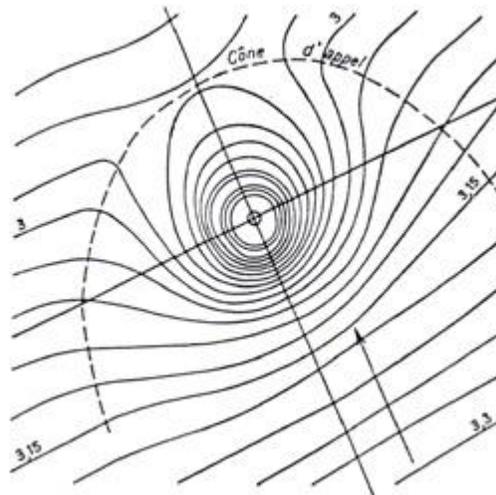


Fig3. Cône asymétrique

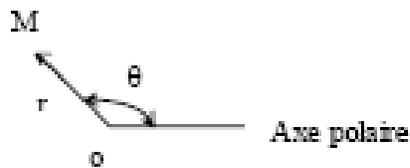
L'hydraulique des puits se présente sous deux aspects :

- Dans le cas où l'on connaît les transmissivités et les coefficients d'emmagasinement, on cherche à déterminer, en un point de l'aquifère, le rabattement provoqué par un pompage.
- Dans le cas où le rabattement a été relevé au cours du temps, dans un puits d'observation ou dans un piézomètre, on cherche à déterminer la transmissivité et le coefficient d'emmagasinement.

2. Solutions transitoires de l'écoulement radial

2.1 Cas de nappe captive. Solution de Theis

L'écoulement en direction d'un puits de pompage est désigné par écoulement radial. La résolution de l'équation de mouvement se fait dans un système de coordonnées polaires.



o : représente dans ce cas l'axe du puits

r : est la distance d'un point d'observation M à l'axe du puits.

Soit une nappe captive homogène, isotrope, d'épaisseur constante, d'extension infinie et exploitée sur toute son épaisseur par le pompage de faible rayon à raison d'un débit Q constant.

L'équation (1) de mouvement en coordonnées polaires s'écrit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right)}{\partial r} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Où **T** et **S** désignent respectivement la transmissivité et le coefficient d'emmagasinement de l'aquifère, **h** la charge hydraulique et **t** le temps.

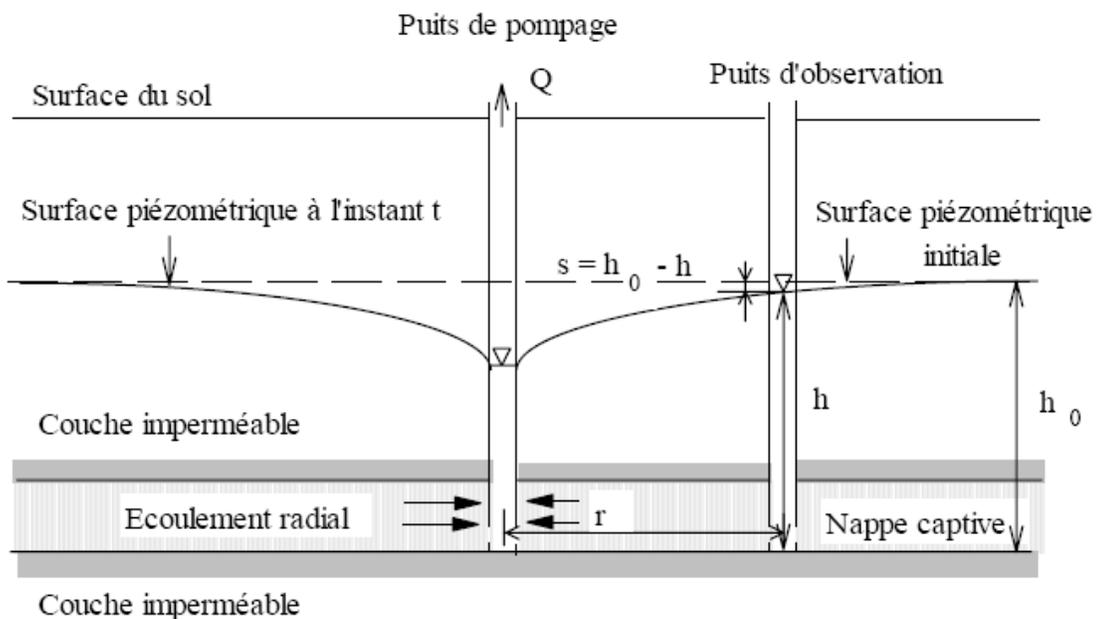


Fig4. Pompage dans une nappe captive

Pour simplifier cette équation différentielle, on effectue un changement de variable : (eq 2)

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

Dans ce cas, l'équation (1) devient : (eq 3)

$$\frac{dh}{du} + u \frac{d^2h}{du^2} = -u \frac{dh}{du}$$

Si l'on pose $Y = u \frac{dh}{du}$, l'équation (3) se transforme en $dY/du + Y = 0$. La solution de cette équation différentielle est telle que $Y = \lambda e^{-u}$, soit : (eq 4 & 5)

$$u \frac{dh}{du} = \lambda e^{-u}$$

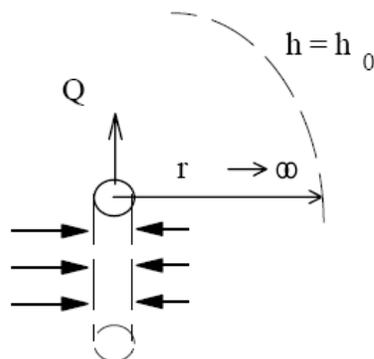
$$h(r,t) = \int \frac{\lambda e^{-u}}{u} du + C$$

Les conditions aux limites repoussées à l'infini et les conditions initiales définies par $h = h_0$ $\forall r$ permettent d'écrire :

$$r \rightarrow \infty \Rightarrow u \rightarrow \infty \text{ et } \int \frac{\lambda e^{-u}}{u} du \rightarrow 0, \text{ on a } h = h_0$$

$$\int \frac{\lambda e^{-u}}{u} du + C \rightarrow h_0 \Rightarrow C = h_0$$

Si l'on calcule le débit traversant un cylindre de rayon r , on obtient par application de la loi de Darcy :



$$Q = -K(2\pi re) \frac{\partial h}{\partial r}$$

Où K et e sont respectivement la conductivité hydraulique et l'épaisseur de l'aquifère.

$$Q = -K(2\pi re) \frac{2rS}{4Tt} \frac{dh}{du} = -4\pi T \lambda e^{-u}$$

$$r \rightarrow 0 \Rightarrow u \rightarrow 0 \text{ et } \lambda = -Q/(4\pi T)$$

L'équation (5) devient : (eq 6)

$$h_0 - h(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{+\infty} \frac{e^{-\tau}}{\tau} d\tau$$

Où l'équation (7) :

$$s(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

Avec :

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u + \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{u^n}{n.n!}$$

W(u) est appelée fonction exponentielle intégrale. Elle est tabulée (Annexe 1.1).

La formule (7) permet de calculer le rabattement si l'on connaît T et S. Elle permet également de calculer T et S si on connaît en terme de rabattement la réponse de l'aquifère à un pompage.

Exemple : Soit une nappe captive de perméabilité 20 m/j, de coefficient d'emménagement 5 10⁻³ et d'épaisseur 20 m, exploitée par un puits de pompage à raison de 2750 m³/j. Calculer le rabattement obtenu à 5 m du puits après 1 jour de pompage.

$$u = r^2 S / (4Tt) = 5^2 \times 5 \times 10^{-3} / (4 \times 400 \times 1) = 7.8 \times 10^{-5} \Rightarrow W(u) \approx 8.88$$

$$s = QW(u) / (4\pi T) = 2750 \times 8.88 / (4 \times \pi \times 400) = 4.86 \text{ m}$$

2.2 Cas de nappe captive en liaison hydraulique avec une nappe libre

La plupart des nappes captives sont en liaison hydraulique avec les nappes sousjacentes ou susjacentes. Un flux vertical de drainance a lieu dans la couche semi perméable qui les sépare (fig5). On utilise parfois le terme semi captive pour désigner ce type de nappes.

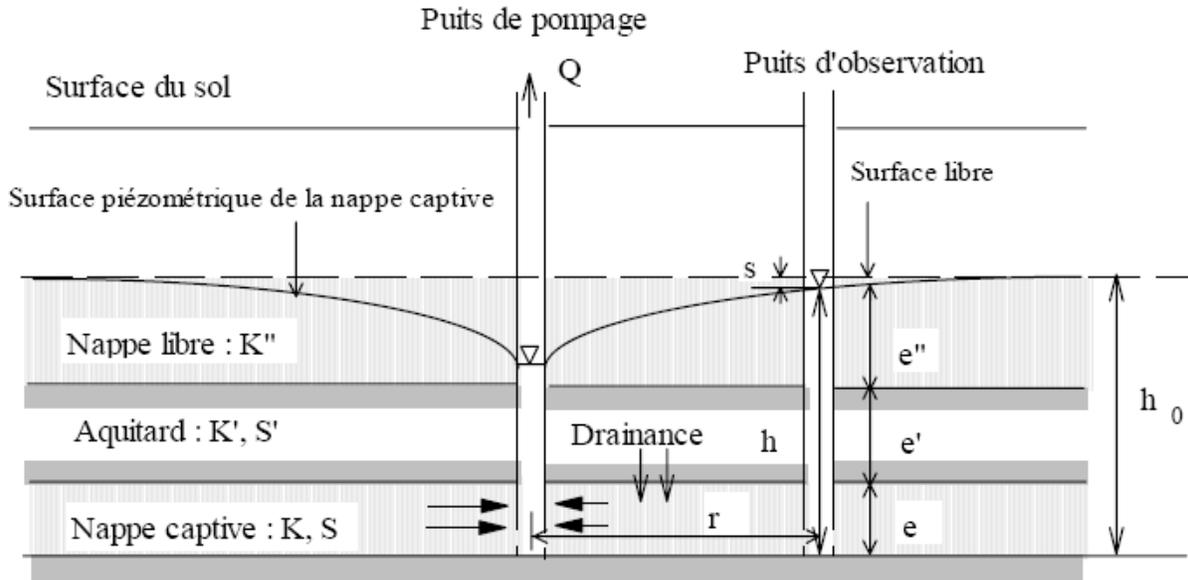


Fig. 5 - Pompage dans une nappe captive en liaison hydraulique avec une nappe libre

L'équation (1) de l'écoulement devient :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right)}{\partial r} + \frac{q}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

Où q est le flux vertical de drainance.

2.2.1 Solution de Hantush

Pour résoudre analytiquement cette équation différentielle, outre les hypothèses formulées par Theis, Hantush suppose que la nappe captive est alimentée à partir d'une nappe libre sus-jacente de charge constante même si le débit de drainance augmente (cela suppose que la nappe est bien alimentée ou que la durée de pompage n'est pas trop longue). Il suppose également que l'emmagasinement dans la couche semi-perméable est négligeable et que l'augmentation du débit de drainance est toujours donnée par la loi de Darcy. L'équation (9) de l'écoulement s'exprime comme suit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right)}{\partial r} - K' \frac{h_0 - h}{T e'} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

où h : la charge hydraulique en nappe captive

$h_0 - h$: le rabattement

r : la distance radiale

t : le temps

T : la transmissivité de la nappe captive

S : le coefficient d'emmagasinement de la nappe captive

e' : l'épaisseur de la couche semi-perméable

K' : la conductivité hydraulique de la couche semi-perméable

On peut considérer que :

- l'hypothèse de constance du niveau de la nappe libre est plausible si l'une de deux conditions suivantes est vérifiée :

$t < S'e^2/(10eK')$ avec S' le coefficient d'emménagement de l'aquitard.

ou

$e''K'' > 100eK$ avec e'' et K'' respectivement l'épaisseur et la perméabilité de la nappe libre.

- l'hypothèse de l'incompressibilité de l'aquitard (emménagement négligeable) est valable si :

$t > 0.036e'S'/K'$

Par ailleurs l'hypothèse précédemment formulée sur la faible dimension du diamètre du puits de pompage, peut être considérée plausible si les deux conditions suivantes sont vérifiées:

$$t > 30 \frac{r_p^2 S}{T} \left[1 - \left(\frac{10r_p}{e} \right)^2 \right]$$

r_p étant le rayon du puits de pompage.

et

$r_p/(Te'/K')^{1/2} < 0.1$

La solution de l'équation (9) ou solution de Hantush s'écrit :(eq 10)

$$h_0 - h(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{+\infty} \frac{e^{-\tau - \frac{r^2}{4B^2\tau}}}{\tau} d\tau$$

avec $u = r^2S/(4Tt)$ et $B = (Te'/K')^{1/2}$. Le paramètre B est désigné par facteur de drainance, il a une dimension de longueur. La solution radiale de Hantush peut s'écrire également : (eq 11)

$$s(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u, \frac{r}{B})$$

Cette solution se présente en fonction de deux paramètres u et r/B . Il s'agit donc d'une famille de courbes types dont la courbe enveloppe est la courbe de Theis. W' est tabulée (Annexe 1.2).

Dans le cas où le pompage dure assez longtemps ($t > 8e'S'/K'$), l'eau provient de la nappe libre par drainance et non plus de l'emménagement dans l'aquifère captif. La solution s'écrit alors : (eq 12)

$$h_0 - h(r,t) = \frac{Q}{4\pi T} K_0\left(\frac{r}{B}\right)$$

où K_0 est la fonction de Bessel de 2^{ème} espèce et d'ordre zéro (Annexe 1.3).

Exemple : Soit un aquifère captif limité en bas par une couche imperméable et en haut par un aquitard surmonté par une nappe libre. Les caractéristiques des différentes formations géologiques sont les suivantes :

- Aquifère captif : $e = 5.2$ m, $K = 0.73$ m/j, $S = 35 \cdot 10^{-4}$ et $T = 3.8$ m²/j.

- Aquitard : $e' = 1.1$ m, $K' = 5.5 \cdot 10^{-5}$ m/j, $S' = 61 \cdot 10^{-5}$.

- Aquifère libre : $e'' = 25$ m, $K'' = 35$ m/j.

Un puits de rayon 0.15 m capte la nappe captive sur toute son épaisseur. Si on pompe à raison de 28 m³/j, quel sera le rabattement, après 1 jour de pompage, aux distances 1.5 m, 10 m et 150 m du puits ?

1) L'emmagasinement de l'aquitard peut être considéré négligeable si $t > 0.036e'S'/K'$:

$$t (= 1 \text{ j}) > 0.036 \times 1.1 \times 61 \times 10^{-5} / (5.5 \times 10^{-5}) = 0.439 \text{ j.}$$

2) Aucun abaissement piézométrique de la nappe libre ne se produit si $e''K'' > 100eK$:

$$25 \times 35 > 100 \times 5.2 \times 0.73 \text{ c'est à dire } 875 > 379.6$$

3) Le rayon du puits de pompage est négligeable si $t > 30r_p^2S [1 - (10r_p/e)^2] / T$ et $r_p / (Te'/K')^{1/2} < 0.1$:

$$- t (= 1 \text{ j}) > 30 \times (0.15)^2 \times 35 \times 10^{-4} \times [1 - (10 \times 0.15 / 5.2)^2] / 3.8 = 5.7 \times 10^{-4} \text{ j}$$

$$- 0.15 / (3.8 \times 1.1 / 5.5 / 10^{-5})^{1/2} = 5.4 \cdot 10^{-4} < 0.1$$

La solution de Hantush peut donc être utilisée : $s(r, t) = QW(u, r/B) / (4\pi T)$ avec $B = (Te'/K')^{1/2} = (3.8 \times 1.1 / 5.5 / 10^{-5})^{1/2} = 275.68$ m

r (m)	1.5	10	150
u	$5.18 \cdot 10^{-4}$	0.023	5.18
r/B	$5.44 \cdot 10^{-3}$	0.036	0.544
$W(u, r/B)$	7	3.34	0.0039
s (m)	4.1	1.96	0.002

2.2.2 Solution de Neuman & Witherspoon

Dans le cas où la contribution de l'emmagasinement dans l'aquitard dans la production de l'eau n'est pas négligeable, la solution de l'équation (8) se présente sous les deux formes suivantes :

- au début du pompage, l'eau provient de l'emmagasinement dans l'aquifère captif et dans l'aquitard. On a donc pour les faibles valeurs de t , soit $t > e'S'/(10K')$: (eq.13)

$$h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{2\pi T} H(u, \beta)$$

où $H(u, \beta)$ est tabulée (Annexe 1.4) et :

$$\beta = \frac{r}{4B} \sqrt{\frac{S'}{S}}$$

- lorsque la durée du pompage est assez importante pour obtenir un régime stabilisé, l'eau provient de la nappe libre par drainance. La solution de l'écoulement est alors donnée par l'équation (12) pour les fortes valeurs de t.

Exemple : Soit un aquifère captif limité en bas par une couche imperméable et en haut par un aquitard surmonté par une nappe libre. Les caractéristiques des différentes formations géologiques sont les suivantes :

- Aquifère captif : $e = 4.3$ m, $K = 1.1$ m/j, $S = 53 \cdot 10^{-5}$ et $T = 4.7$ m²/j.

- Aquitard : $e' = 7.2$ m, $K' = 5.5 \cdot 10^{-6}$ m/j, $S' = 12 \cdot 10^{-5}$.

- Aquifère libre : $e'' = 17$ m, $K'' = 87$ m/j, $S'' = 0.055$

La nappe captive, captée sur toute son épaisseur, est exploitée avec un débit de 15 m³/j pendant 1.76 jours. Quel sera le rabattement observé à une distance de 22 m du puits de pompage?

- Vérification de la condition de constance de niveau piézométrique de la nappe libre :

$e''K'' > 100eK$

$17 \times 87 > 100 \times 4.3 \times 1.1 \iff 1479 > 473$

- Y a-t-il ou non une contribution de l'emmagasinement dans l'aquitard au cours du pompage ?

$t (=1.76 \text{ j}) < 0.036e'S'/K' = 0.036 \times 7.2 \times 12 \times 10^{-5} / (5.5 \times 10^{-6}) = 5.5 \text{ j} \iff$ l'emmagasinement dans l'aquitard doit être pris en compte.

- Est-ce que la période de 1.76 j a assez duré pour obtenir le régime d'équilibre ($t >$

$8[S+S'/3+S''] / [K'(e'/T) + (K''(e''/T))]^{1/2}$ ou correspond-t-elle plutôt à la phase initiale du pompage ($t > e'S' / (10K')$) ?

$e'S' / (10K') = 7.2 \times 12 \times 10^{-5} / (10 \times 5.5 \times 10^{-6}) = 15.7 > t \iff$ Cette condition n'étant pas vérifiée, on peut considérer que le régime permanent est établi. Le problème doit être résolu en utilisant l'équation (12) :

$B = (Te'/K')^{1/2} = (4.7 \times 7.2 / (5.5 \times 10^{-6}))^{1/2} = 2480$

$r/B = 0.00887$

$K_0(r/B) = 4.86$

$s = QK_0(r/B) / (4\pi T) = 15 \times 4.86 / (4\pi \times 4.7) = 1.23$ m

2.3 Cas de nappe libre

Dans le cas de nappe libre l'écoulement en direction du puits de pompage est décrit par l'équation (14) :

$$\frac{K_h}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + K_v \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = S_s \frac{\partial h}{\partial t}$$

où

h : l'épaisseur saturée de l'aquifère

r : la distance radiale au puits de pompage

z : la cote par rapport au mur de l'aquifère

Kh : la conductivité hydraulique horizontale

Kv : la conductivité hydraulique verticale

Ss : le coefficient d'emmagasinement spécifique

t : le temps

La résolution de cette équation est compliquée étant donné la complexité de l'écoulement qui comporte trois phases. Aux faibles valeurs de t, l'aquifère se comporte comme un aquifère captif. L'eau est libérée par compression de la matrice poreuse et expansion de l'eau, l'écoulement est

horizontal et répond aux critères imposés par la solution de Theis. Dans la deuxième phase du pompage, le niveau d'eau commence à baisser et l'eau est libérée par drainage gravitaire. Dans ce cas l'écoulement est à deux composantes horizontale et verticale. Lorsque le pompage progresse dans le temps, la vitesse du rabattement diminue et l'écoulement devient de nouveau horizontal. C'est la troisième phase pour laquelle on peut utiliser la solution de Theis mais avec un emmagasinement équivalent à la porosité efficace.

Plusieurs solutions ont été développées, on cite la solution de Neuman qui suppose que le rabattement est négligeable par rapport à l'épaisseur de l'aquifère et que la porosité efficace ω est au moins 10 fois le coefficient d'emmagasinement S .

$$h_0 - h(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} W(u_A, u_B, \Gamma)$$

avec $\Gamma = r^2 K_v / (e^2 K_v)$ où e désigne l'épaisseur saturée initiale. $W(u_A, u_B, \Gamma)$ est tabulée (Annexe 1.5). u_A , calculé par l'équation (2), correspond aux faibles valeurs de t . Pour les fortes valeurs de t , on utilise l'équation (16) suivante :

$$u = \frac{r^2 \omega}{4Tt}$$

3. Interprétation des essais de débit à débit constant

3.1 Principe d'un essai de débit

Un essai de débit est exécuté dans le but de déterminer les caractéristiques hydrogéologiques d'un aquifère (transmissivité et coefficient d'emmagasinement). Son principe consiste à pomper à un certain débit durant un temps donné dans le puits d'essai crépiné à travers l'aquifère. On mesure alors l'influence de ce pompage sur le niveau piézométrique dans ce puits et dans quelques piézomètres installés au voisinage.

Dans la pratique, à partir d'un état initial aussi stabilisé que possible, on met en route un pompage à débit constant dans un forage et on observe le rabattement dans le forage lui-même et si possible dans un certain nombre de piézomètres voisins. La cadence des mesures est très rapide initialement (toutes les minutes au moins si possible) et se ralentit avec le temps.

Interpréter un essai de débit signifie dépouiller ces mesures de façon graphique, pour en déduire T et S . L'interprétation d'un essai de débit fait appel à plusieurs solutions développées et propres au :

- *type de pompage* : à débit constant ou variable, de longue ou courte durée.
- *régime d'écoulement* : transitoire ou permanent.
- *type de nappe* : captive ou libre.

3.2 Interprétation d'un essai de pompage en régime permanent

Dans le cas où le pompage dure assez longtemps, le niveau d'eau se stabilise dans le puits d'observation c'est à dire aucun rabattement supplémentaire ne se produit et la forme du cône de dépression reste invariable. On dit qu'on a atteint le régime d'équilibre ou le régime permanent. Cette possibilité se présente lorsque le cône de dépression atteint une limite d'alimentation.

3.2.1 Nappe captive

L'application de la loi de Darcy pour un écoulement radial traversant une surface cylindrique de section $2\pi re$ permet d'écrire : (eq 17 & 18)

$$Q=2\pi reK\frac{dh}{dr}$$

$$dh=\frac{Q}{2\pi eK} \frac{dr}{r}$$

si h_1 et h_2 sont respectivement les niveaux d'eau stabilisés relevés aux puits d'observation distants de r_1 et r_2 du puits de pompage (fig.3), l'intégration de l'équation (18) aboutit à : (eq 19)

$$T=\frac{Q}{2\pi(h_2-h_1)}Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

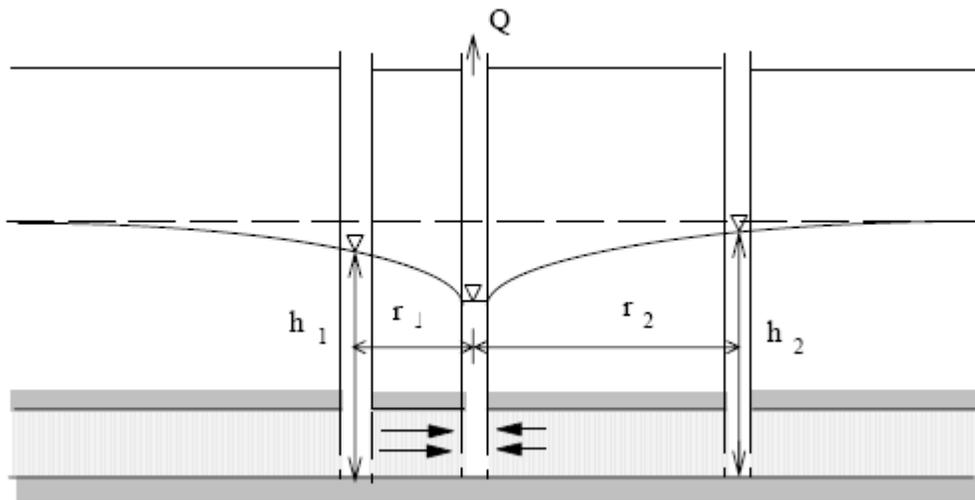


Fig. 6. Régime d'équilibre en nappe captive

C'est l'équation de Thiem. On porte sur papier semi logarithmique les niveaux d'eau stabilisés ou les rabattements maximum observés dans les différents piézomètres en fonction de la distance r au puits de pompage. Le tracé de la droite qui s'ajuste le mieux à l'ensemble de points permet de calculer T .

3.2.2 Nappe libre

Dans ce cas la loi de Darcy permet d'écrire : (eq 20, 21, 22)

$$Q=2\pi r h K \frac{dh}{dr}$$

$$h dh = \frac{Q}{2\pi K} \frac{dr}{r}$$

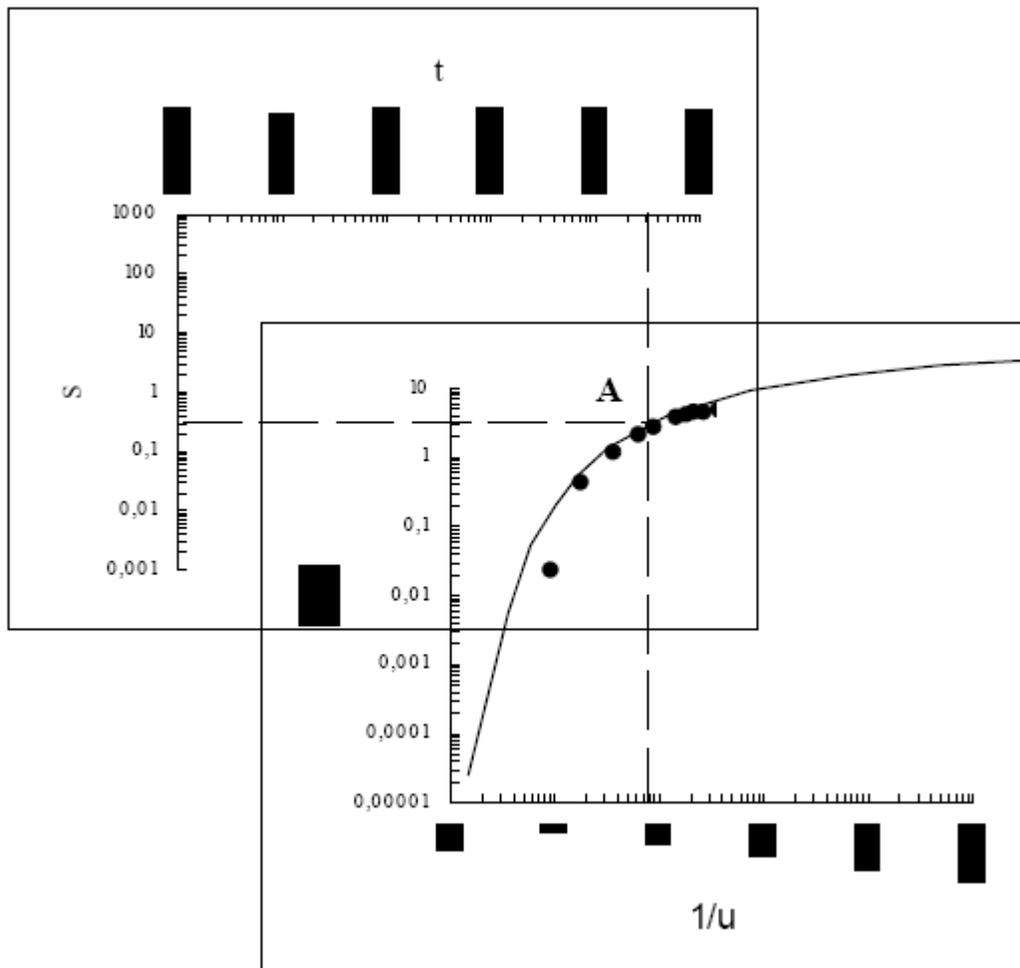
$$K = \frac{Q}{2\pi(h_2^2 - h_1^2)} Ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$$

3.3 Interprétation d'un essai de pompage à débit constant et en régime transitoire

Le régime permanent étant une limite souvent difficile à atteindre, c'est l'interprétation en régime transitoire tenant compte de l'évolution du rabattement dans le temps, qui est le plus souvent utilisée.

3.3.1 Cas de nappe captive. Méthode de Theis

Elle consiste à représenter sur papier logarithmique la fonction exponentielle intégrale (Annexe 2.1). Le rabattement est également représenté sur papier logarithmique en fonction du temps et avec la même échelle que la courbe type. La courbe d'essai est par la suite superposée à la courbe type en maintenant les axes de coordonnées respectivement parallèles entre eux. Un point arbitraire A de coordonnées t_A , s_A , $1/u_A$, W_A , choisi dans la zone de chevauchement de deux feuilles permet de calculer T et S.



D'après les équations (2) et (7) on a :(eq 23 & 24)

$$T = \frac{QW_A}{4\pi S_A}$$

$$S = \frac{4Tt_{AUA}}{r^2}$$

3.3.2 Cas de nappe captive. Méthode de Jacob

Si t est grand, soit u petit alors $w(u) \rightarrow -0.5772 - \ln(u)$. En pratique dès que $u \leq 0.01$, on peut adopter l'approximation logarithmique de la formule de Theis, dite encore formule de Jacob : (eq 25, 26, 27 & 28)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} (-\ln(u) - 0.5772)$$

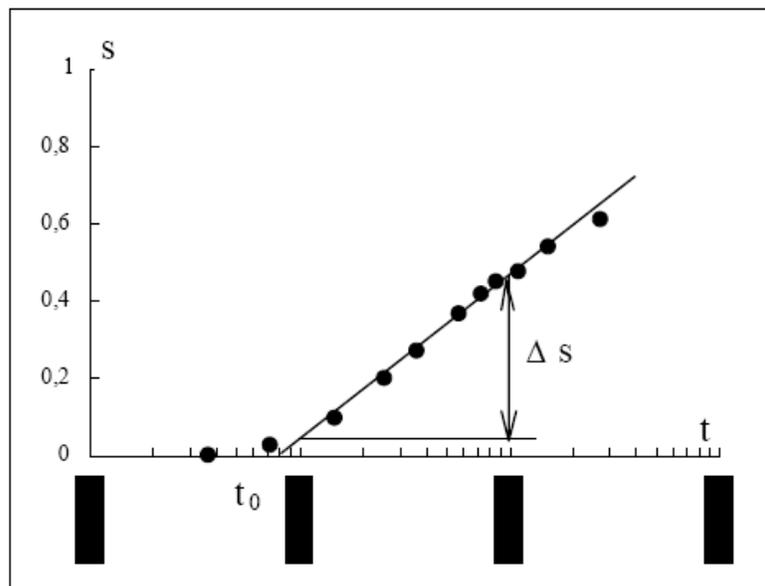
$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left(\ln \frac{1}{ue^{0.5772}} \right)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \ln \frac{2.25Tt}{r^2 S}$$

ou encore :

$$s = \frac{2.3Q}{4\pi T} \text{Log} \frac{2.25Tt}{r^2 S}$$

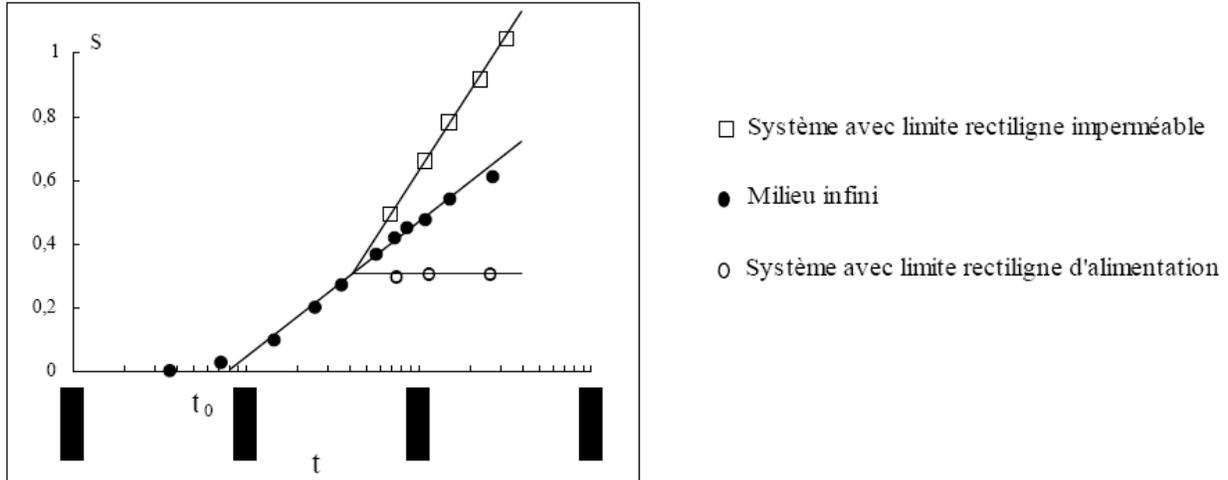
La méthode de Jacob consiste à porter sur papier semi logarithmique le rabattement s en fonction du temps et tracer la droite qui s'ajuste au mieux à l'ensemble des points. La droite est prolongée de façon à avoir t_0 pour $s=0$. Si Δs est la pente de cette droite pour un cycle log, on a alors : (eq 29 & 30)



$$T = \frac{2.3Q}{4\pi\Delta s}$$

$$S = \frac{2.25Tt_0}{r^2}$$

L'avantage de la méthode de Jacob est qu'il est possible d'interpréter l'influence d'une limite imperméable ou d'alimentation.



Un problème peut se présenter, le début de la courbe s'écarte de la droite de Jacob lorsque l'approximation n'est pas encore valable. La fin peut également s'écarter de la droite si la nappe n'est pas illimitée. On hésite alors à choisir la bonne droite, dans ce cas c'est la méthode de Theis qui permet de résoudre le problème. Le seul avantage de la méthode de Theis est qu'il n'est pas nécessaire d'éliminer les premiers points de mesure et que pour des essais de courte durée on a donc moins d'ambiguïté que lorsque l'on cherche une droite sur le graphique de Jacob.

3.3.3 Cas de nappe semi captive. Méthode de Walton

On trace sur papier logarithmique les courbes types (Annexe 2.2). La courbe d'essai représentant avec la même échelle logarithmique le rabattement s en fonction de t , est superposée à la famille de courbes types. Un point arbitraire A choisi dans la zone de superposition permet d'avoir les valeurs de W'_A , u_A , s_A et t_A . D'après les équations (2) et (11) on a : (eq 31 & 32)

$$T = \frac{QW'_A}{4\pi s_A}$$

$$S = \frac{4Tt_A u_A}{r^2}$$

3.3.4 Cas de nappe semi captive avec prise en compte de l'emmagasinement dans l'aquitard

La courbe d'essai représentée en échelle logarithmique est superposée aux courbes types de la fonction $H(u, \beta)$ tracées également sur papier logarithmique et avec la même échelle (Annexe 2.3). Un point arbitraire A choisi dans la zone de superposition permet d'avoir les valeurs de $H_A(u, \beta)$, $1/u_A$, β , s_A et t_A . D'après les équations (2) et (13) on a : (eq 33 & 34)

$$T = \frac{QH_A(u, \beta)}{4\pi S_A}$$

$$S = \frac{4Tt_{AUA}}{r^2}$$

On peut également calculer $K'S' = 16\beta^2 Te'S/r^2$. Si l'on connaît l'un de deux paramètres K' ou S' , on peut déterminer l'autre.

3.3.5 Cas de nappe libre

On représente sur papier logarithmique les courbes types de $W(u_A, u_B, \Gamma)$ (Annexe 2.4). Deux jeux de courbes sont tracés, ils correspondent respectivement aux types A calculés avec $W(u_A, \Gamma)$ et aux types B calculés avec $W(u_A, \Gamma)$. On représente aussi la courbe d'essai sur papier logarithmique et avec la même échelle. La procédure de dépouillement de l'essai est la suivante:

- Pour les faibles valeurs de t , on superpose la courbe d'essai aux courbes types A en maintenant les axes de coordonnées respectivement parallèles entre eux. Un point choisi dans la zone de superposition permet de déterminer $W(u_A, \Gamma)$, $1/u_A$, Γ , t_A , et s_A . D'après les équations (2) et (15) on a : (eq 35 & 36)

$$T = \frac{QW(u_A, \Gamma)}{4\pi S_A}$$

$$S = \frac{4Tt_{AUA}}{r^2}$$

- Pour les fortes valeurs de t , on superpose la courbe d'essai à la courbe type B dont la valeur de Γ a été précédemment déterminée. Pour ce faire, il suffit d'ajuster la courbe d'essai à la courbe type B sans translation verticale des courbes. Un point arbitraire B choisi dans la zone de superposition permet de calculer la porosité efficace ainsi que T qui est approximativement égale à la valeur calculée auparavant. D'après l'équation (16) on a : (eq 37)

$$\omega = \frac{4Tt_{BUB}}{r^2}$$

- la conductivité hydraulique horizontale est déterminée par $K_h = T/e$

- la conductivité hydraulique verticale est déterminée par :

$$K_v = \Gamma e^2 K_h / r^2$$

4. Effet de pénétration partielle

Lorsque l'aquifère est exploité sur toute son épaisseur, l'écoulement est essentiellement horizontal. Toutefois dans le cas où le puits de pompage est à pénétration partielle, l'écoulement devient tridimensionnel.

L'effet de pénétration partielle peut être négligé si le puits d'observation se situe à une distance supérieure à $1.5e(K_h/K_v)^{1/2}$ du puits de pompage.

✓ **Cas de nappe captive**

Soit une nappe captive exploitée sur une partie de son épaisseur, par le pompage de faible rayon à raison d'un débit Q constant. L'équation (38) de mouvement s'écrit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \frac{K_v}{K_h} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$$

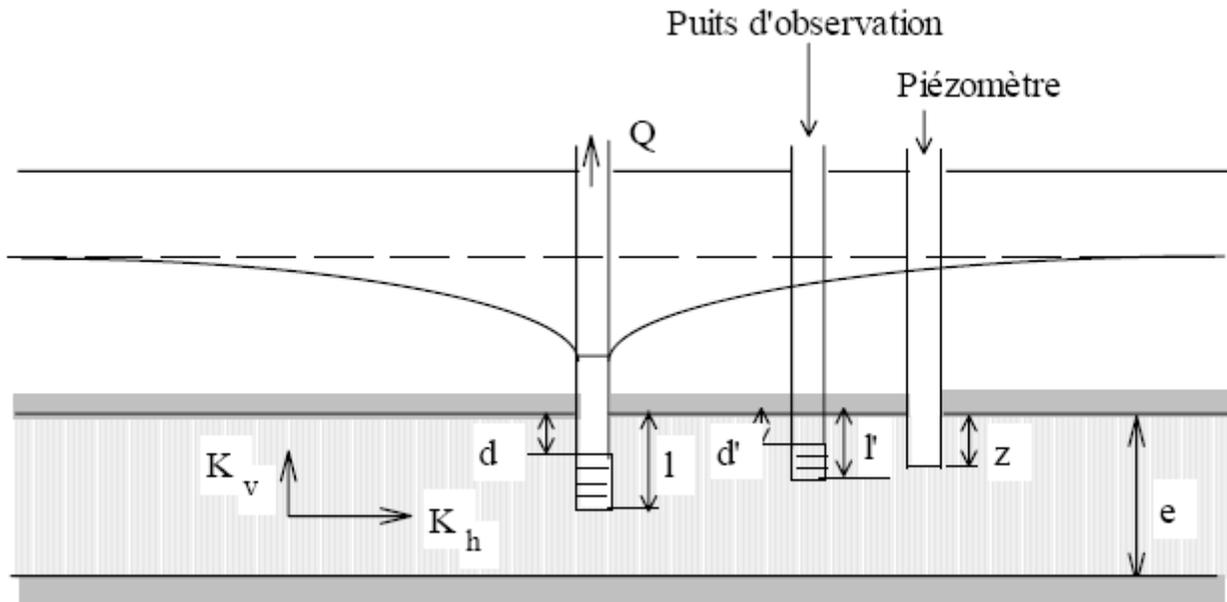


Fig.7. Effet de pénétration partielle

Le rabattement dans le piézomètre peut être calculé par la formule (39):

$$s(r,t) = Q \cdot \frac{\left[W(u) + f\left(u, \frac{ar}{e}, \frac{l}{e}, \frac{d}{e}, \frac{z}{e}\right) \right]}{4\pi T}$$

où $W(u)$ est la fonction exponentielle intégrale (eq 40 & 41)

$$f\left(u, \frac{ar}{e}, \frac{l}{e}, \frac{d}{e}, \frac{z}{e}\right) = \frac{2e}{(\pi \cdot (l-d)) n \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\sin\left(\frac{n\pi d}{e}\right) - \left(\frac{n\pi d}{e}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{e}\right) \right) W\left(u, \frac{n\pi ar}{e}\right) \right]}$$

$$W\left(u, \frac{n\pi ar}{e}\right) = \int_u^{+\infty} \frac{1}{\tau \cdot \exp\left[-\tau - \frac{(n\pi ar)^2}{4\tau e^2}\right]} d\tau$$

avec :

$$a = \sqrt{(K_v / K_h)}$$

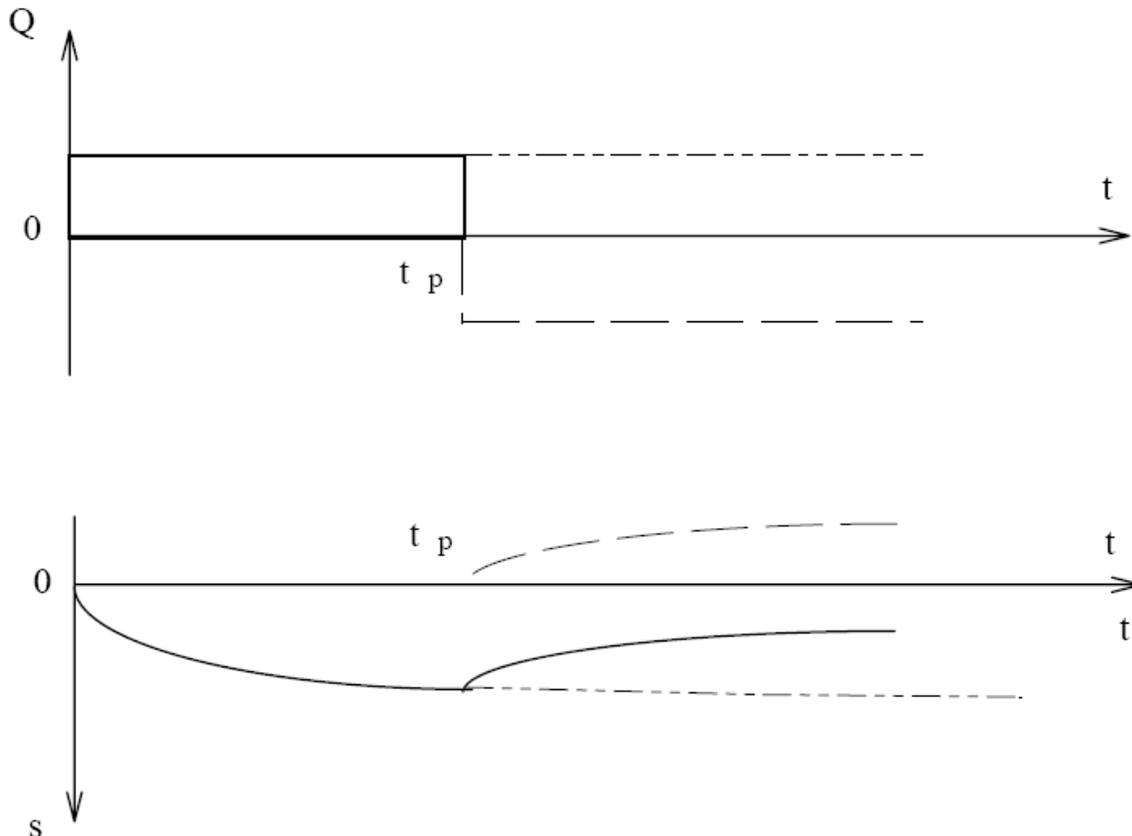
Au niveau du puits d'observation, le rabattement est comme suit : (eq 42 & 43)

$$s(r,t) = \frac{Q \left[W(u) + f(u, \frac{ar}{e}, \frac{l}{e}, \frac{d}{e}, \frac{l'}{e}, \frac{d'}{e}) \right]}{4\pi T}$$

$$f(u, \frac{ar}{e}, \frac{l}{e}, \frac{d}{e}) = \frac{2e^2}{(\pi^2 \cdot (l-d) \cdot (l'-d')) n^2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\sin\left(\frac{n\pi l}{e}\right) - \frac{n\pi d}{e} \right) \cdot \left(\sin\left(\frac{n\pi l'}{e}\right) - \frac{n\pi d'}{e} \right) \cdot W\left(u, \frac{n\pi ar}{e}\right) \right]}$$

5. Interprétation des courbes de remontée

Pour déterminer le comportement d'un forage que l'on arrête, c'est à dire la courbe de remontée, on superpose par la pensée au forage lui-même une injection au même débit. Ceci est possible d'après la linéarité de l'équation de diffusivité (en nappe captive).



Si t_p désigne la durée du pompage et t_1 le temps compté à partir de l'arrêt du pompage, le rabattement s appelé rabattement résiduel s'exprime comme suit : (eq 44)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4T(t_p + t_1)}\right) - \frac{Q}{4\pi T} W\left(\frac{r^2 S}{4T t_1}\right)$$

Si l'approximation logarithmique est valable pour les deux fonctions W on a : (eq 45 & 46)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[\text{Ln} \frac{2.25 T (t_p + t_1)}{r^2 S} - \text{Ln} \frac{2.25 T t_1}{r^2 S} \right]$$

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \text{Ln} \left(1 + \frac{t_p}{t_1} \right)$$

On trace alors s en fonction du logarithme de $(1 + t_p/t_1)$ sur un diagramme semi logarithmique. La pente de la droite que l'on doit obtenir permet de calculer la transmissivité, selon la méthode de Jacob, mais pas le coefficient d'emmagasinement.

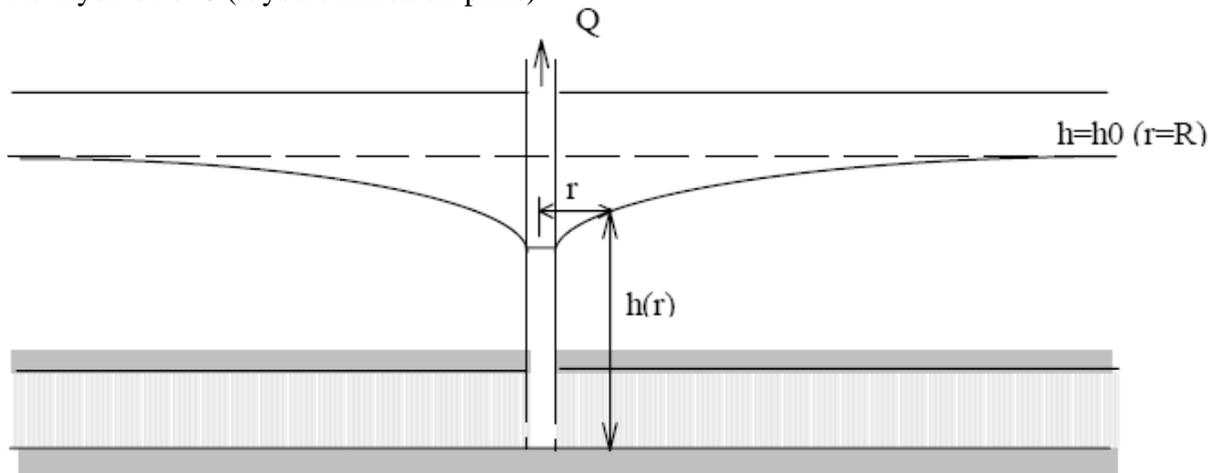
6. Equation caractéristique d'un forage

En régime permanent, le débit d'un forage donné peut s'exprimer en fonction du rabattement dans le forage. En nappe captive on a : (eq 47)

$$Q = 2\pi T \frac{h_0 - h}{\text{Ln} \left(\frac{R}{r_p} \right)}$$

avec : r_p le rayon du forage

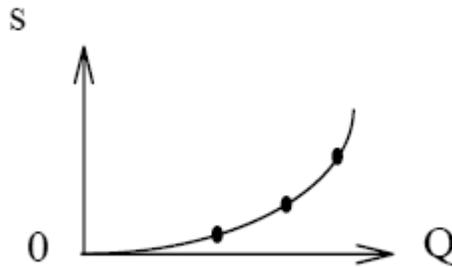
R le rayon où $s=0$ (rayon d'action du puits)



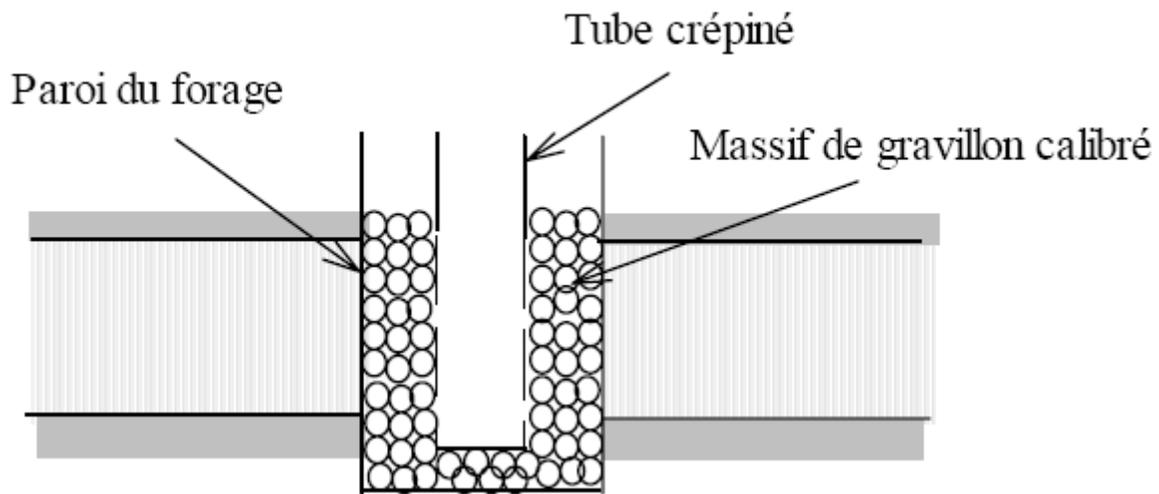
L'équation (47) peut aussi s'écrire sous la forme suivante (48) :

$$s = \frac{\text{Ln} \left(\frac{R}{r_p} \right)}{2\pi T} Q$$

D'après l'équation (48) on déduit que la courbe d'évolution du rabattement stabilisé en fonction du débit Q , appelée aussi "*courbe caractéristique*", devrait être une droite (en nappe captive). Dans la réalité la courbe caractéristique d'un forage est toujours d'allure parabolique.



En effet dans un forage les pertes de charge comprennent le rabattement provoqué par le passage de l'eau à travers le milieu poreux (terme linéaire) auquel s'ajoute une série de pertes parasites dues à la construction du forage et la mise en place de l'équipement (terme quadratique, $V^2/ (2g)$ non négligeable).



6.1 Pertes de charge dans un forage

Elles comprennent essentiellement :

- les pertes de charge dans le milieu poreux qui sont régies par la loi de Darcy
- les pertes de charge dans le tubage (J_{tub}) qui sont calculées à l'aide de la formule des conduites (eq 49) :

$$J_{tub} = \frac{16}{2\pi g} \lambda D_t^{-5} Q^2$$

où λ est le coefficient de frottement, sans dimension D_t est le diamètre du tubage

- les pertes de charge dans la crépine (J_c) qui sont dues essentiellement au passage à travers les fentes par contraction de l'écoulement et à la turbulence provoquée par la rencontre des jets radiaux avec le courant axial ascendant. Elles peuvent être données par l'expression suivante : (eq 50)

$$J_c = \frac{1 + \cosh\left(\frac{CL_c}{D_c}\right)}{\pi D_c^2 g \left[\cosh\left(\frac{CL_c}{D_c}\right) - 1 \right]} Q^2$$

avec L_c : longueur de la crépine
 D_c : diamètre de la crépine

$$C = 8\sqrt{2} C_c I_v$$

C_c : coefficient de contraction qui dépend de la géométrie des orifices
 I_v : rapport entre la surface des perforations et la surface de la crépine

6.2 Equation caractéristique d'un forage

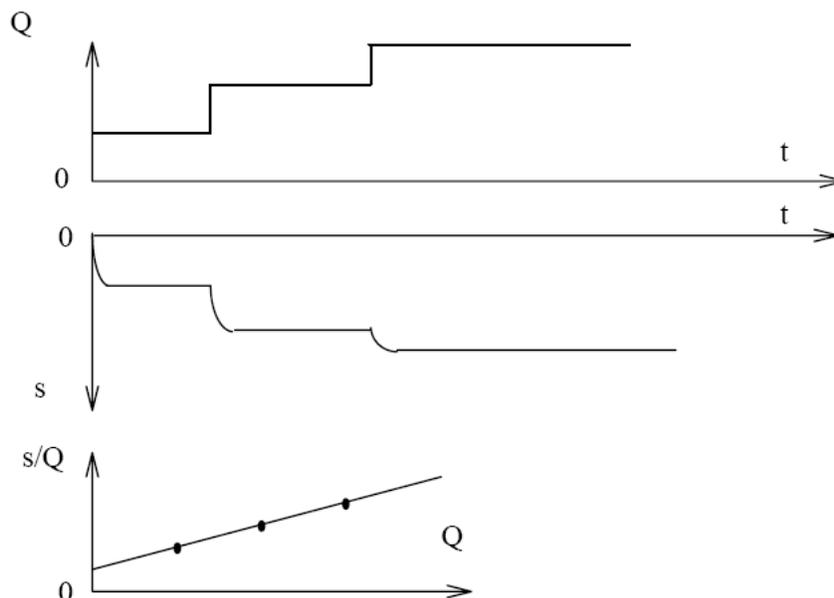
Les pertes de charges sont donc données par : (eq 51)

$$s = AQ + BQ^2$$

où A est une caractéristique de l'aquifère, B est une caractéristique du forage

Cette équation est appelée "*équation caractéristique*" d'un forage ou d'un puits. Si certaines composantes de la perte de charge totale peuvent être calculées, d'autres par contre sont impossibles à déterminer par le calcul. L'analyse d'un essai à plusieurs paliers de débit permet d'obtenir A et B.

On réalise donc des essais sur le forage à plusieurs paliers de débit. En pratique on pompe pendant un temps suffisant pour que le régime soit à peu près stabilisé (environ quelques heures) et on relève le rabattement. Cette opération est répétée pour une nouvelle valeur de débit de pompage. On trace s/Q en fonction de Q qui doit être une droite de pente B et d'ordonnée à l'origine A. Il suffirait donc de deux valeurs de s/Q pour construire cette droite. Mais dans un souci de précision et considérant que l'un des paliers peut présenter certaines anomalies, on effectue généralement 3 paliers de débit.



La valeur de B caractérise l'état du puits :

- $B < 675 \text{ m} / (\text{m}^3/\text{s})^2$: bon puits, bien développé
- $675 < B < 1350$: puits médiocre
- $B > 1350$: puits colmaté ou détérioré
- $B > 5400$: puits irrécupérable

Pour améliorer les caractéristiques du sédiment près du puits (perméabilité) on fait recours au *développement*. Dans un milieu alluvionnaire il consiste, par alternance de pompage et d'injection (pistonage), à mettre les particules fines en mouvement dans la formation au voisinage du forage pour les pomper et les extraire. En milieu calcaire, le développement consiste à injecter de l'acide (HCl) pour dissoudre la roche et ouvrir les fissures. En milieu contenant des particules argileuses, on utilise des flocculants.

7. Effet de capacité de puits

Ce problème se pose au niveau des puits traditionnels à gros diamètre. Dans ce cas la solution de Theis n'est pas valable étant donné que l'hypothèse formulée sur la faible dimension du diamètre du puits n'est pas vérifiée. Pour résoudre l'équation (6.1), il faut tenir compte du fait qu'au début du pompage, le débit de la pompe est la somme du débit retiré à la formation aquifère et le débit de vidange du puits. On a donc comme condition aux limites au voisinage du puits :(eq 52)

$$Q = -2\pi r_p T \frac{\partial s}{\partial r} + \pi r_c^2 T \frac{\partial s_p}{\partial t}$$

La solution à ce problème en nappe captive proposée par Papadopoulos et Cooper est la suivante :(eq 53)

$$s = \frac{Q}{4\pi T} F(u, \alpha, \rho)$$

où

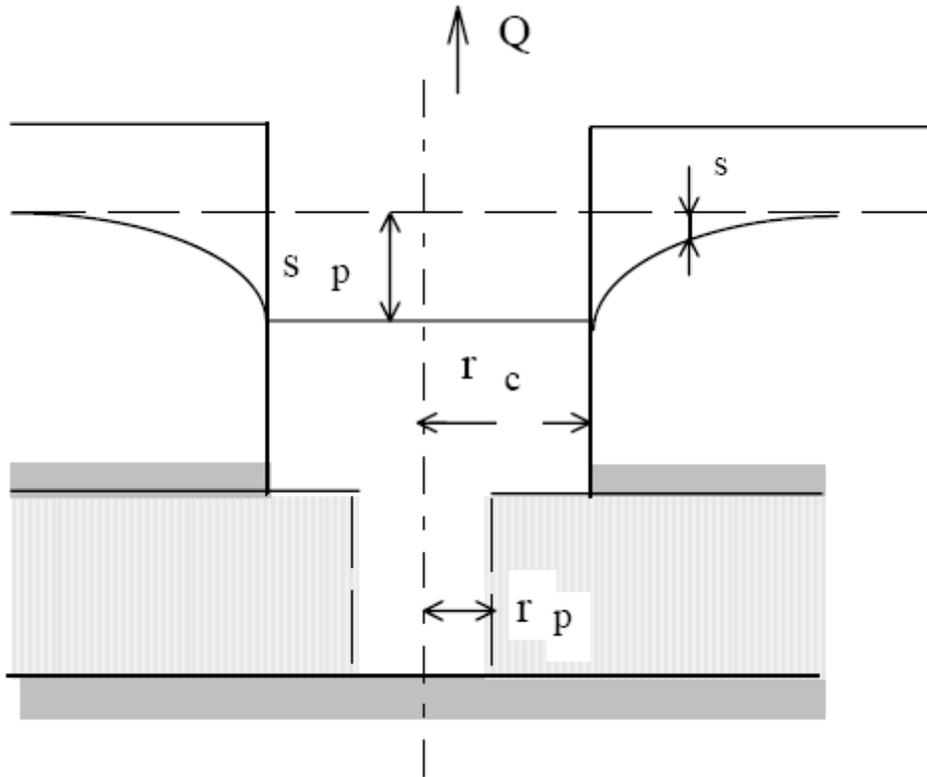
$$\rho = \frac{r}{r_p} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{r_p^2 S}{r_c^2}$$

r_p et r_c étant respectivement le rayon du puits au niveau du captage et le rayon du puits au niveau du tubage. F est tabulée (Annexe 1.6). Le rabattement au niveau du puits de pompage est obtenu pour $r = r_p$, soit : (eq 53)

$$s_p = \frac{Q}{4\pi T} F(u_p, \alpha)$$

avec :

$$F(u_p, \alpha) = F(u, \alpha, 1) \quad \text{et} \quad u_p = \frac{r_p^2 S}{4Tt}$$



8. PROBLEMES

8.1 Problèmes résolus

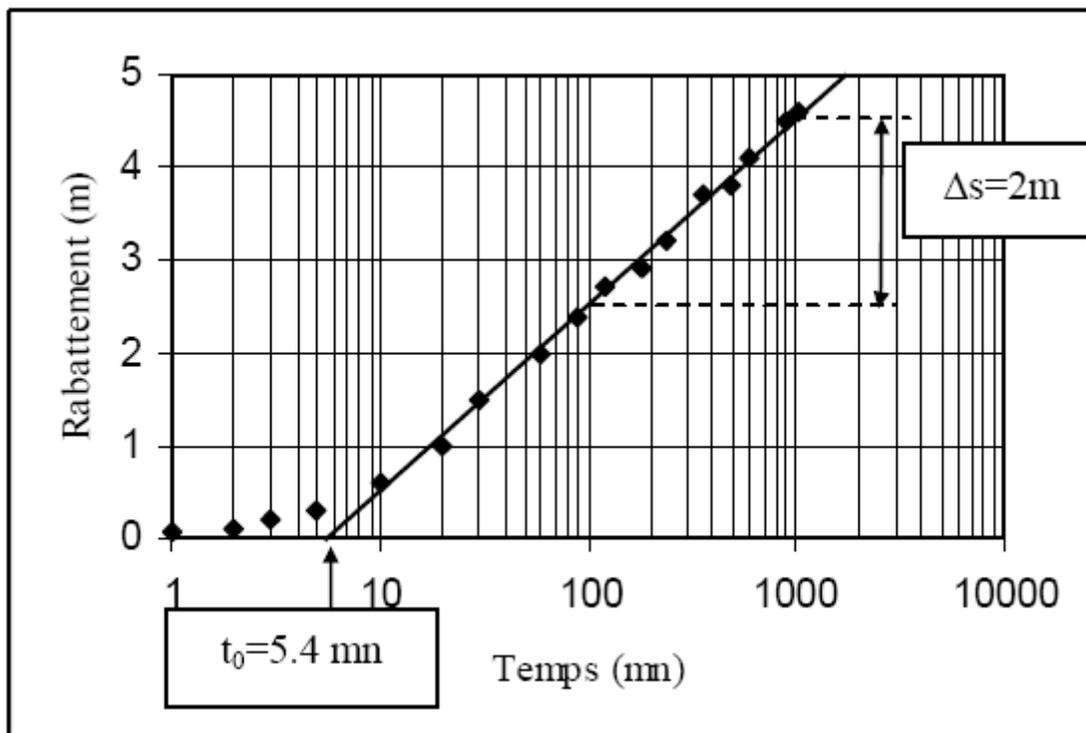
- Un essai de débit est exécuté dans un forage de rayon 0.2 m. L'essai a été effectué à débit constant de 15 l/s. Les observations piézométriques sont faites dans un piézomètre distant de 52 m du puits d'essai. Le résultat des mesures du rabattement est résumé dans le tableau ci dessous. Etablissez le graphique du rabattement en fonction du logarithme du temps de pompage. Déterminez la transmissivité et le coefficient d'emmagasinement. Calculez le coefficient de perméabilité sachant que le carottage électrique a permis de situer la formation aquifère entre les cotes 100 et 160 m.

Date	12-janv								
Heure	10h	10h01	2	3	5	10	20	30	11h
Rabattement (m)	Début de pompage	0.05	0.1	0.2	0.3	0.6	1	1.5	2
Date								13-janv	
Heure	11h30	12h	13h	14h	16h	18h	20h	1h	3h
Rabattement (m)	2.4	2.7	2.9	3.2	3.7	3.8	4.1	4.5	4.6

Solution :

L'évolution du rabattement en fonction du temps :

Temps (mn)	1	2	3	5	10	20	30	60	90
Rabattement (m)	0.05	0.1	0.2	0.3	0.6	1	1.5	2	2.4
Temps (mn)	120	180	240	360	480	600	900	1020	
Rabattement (m)	2.7	2.9	3.2	3.7	3.8	4.1	4.5	4.6	



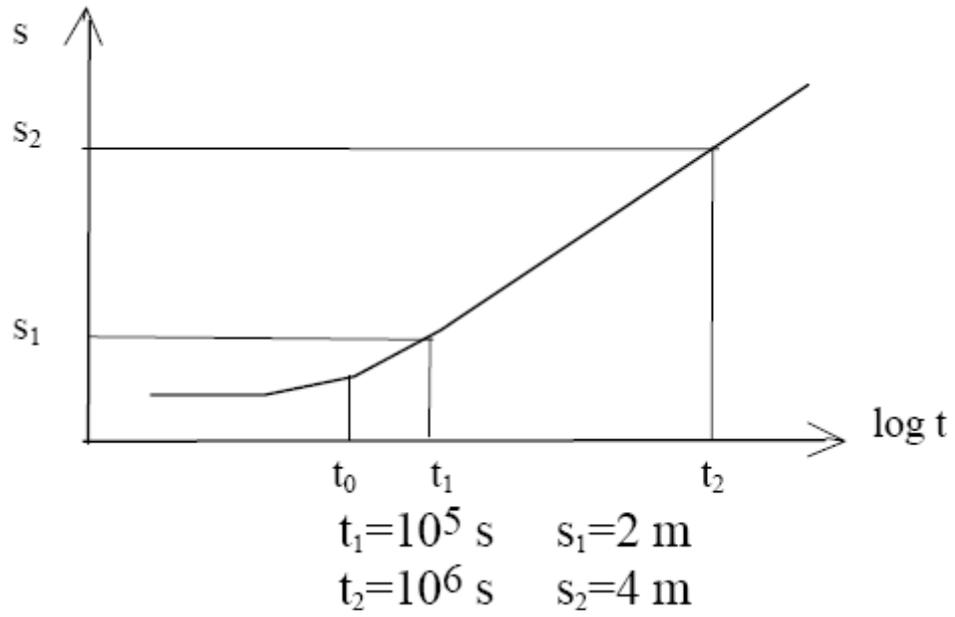
La transmissivité $T = 2.3Q / (4\pi \Delta s) = (2.3 \times 15 \times 10^{-3}) / (4 \times \pi \times 2) = 1.37 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$

Le coefficient d'emmagasinement $S = 2.25Tt_0/r^2 = (2.25 \times 1.37 \times 10^{-3} \times 5.4 \times 60) / 50^2 = 3.7 \times 10^{-4}$

Le coefficient de perméabilité $K = T / (\text{épaisseur de l'aquifère}) = (1.37 \times 10^{-3}) / (160 - 100) = 2.28 \times 10^{-5} \text{ m/s}$.

6.2 Problèmes supplémentaires

- Un puits capte sur toute son épaisseur une nappe captive, homogène, de perméabilité K et d'épaisseur $e = 10$ m. Un essai de pompage au débit constant $Q = 20$ l/s, montre que dans un piézomètre situé à 150 m du puits, les rabattements mesurés reportés en fonction du logarithme du temps, s'alignent sur une droite à partir d'un instant t_i . Calculer la perméabilité K et le coefficient d'emmagasinement S en se référant à la figure ci-dessous.



Réponse : $T = 1.83 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$; $K = 1.83 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$; $S = 1.84 \cdot 10^{-3}$